

受験番号	
------	--

(受験番号を記入すること)

2025 年度

東京大学大学院工学系研究科

航空宇宙工学専攻 入学試験問題

専門科目

時間： 8:30～11:30

注意事項

1. 試験開始の合図まで、この冊子を開かないこと.
2. 4 科目中 3 科目を選択して解答すること.
3. 解答用紙 3 枚が渡されるので、1 科目ごとに 1 枚の解答用紙を使用すること.
4. 解答用紙には、科目名及び受験番号を記入すること.
5. 解答用紙及び問題冊子は持ち帰らないこと.

流体力学

図1はピトー静圧管の模式図である。孔Aの向きは気流に対して平行、孔Bの向きは気流に対して垂直であり、差圧計につながっている。ピトー静圧管は飛行機の対気速度を計測するために利用することができる。ここで気流は気体定数 R 、比熱比 γ 、定圧比熱 C_p の熱量的完全気体であるとする。また、 P_∞ を気流の静圧、 ρ_∞ を気流の密度、 V_∞ を気流の流速、 T_∞ を気流の温度、 M_∞ を気流のマッハ数とする。

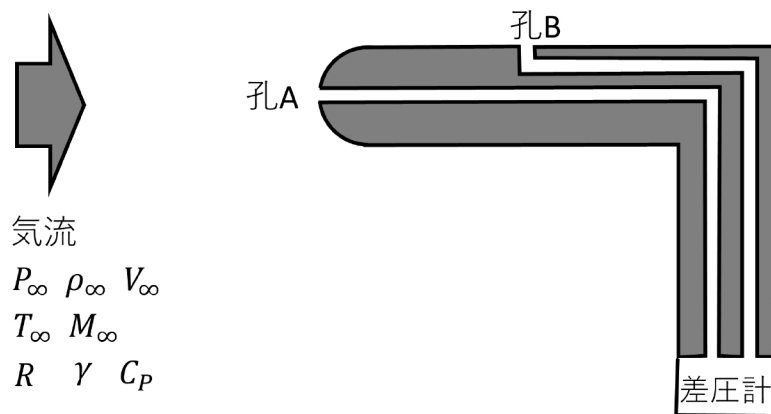


図1

第1問

ピトー静圧管を用いて、静止大気中を低速で飛行する飛行機の対気速度を計測することを考える。

1. 図1の差圧計で計測される差圧 ΔP は気流の何を表しているか。
2. 式(1)はベルヌーイの式と呼ばれる。この式が成り立つ条件を全て述べよ。

$$P + \frac{1}{2}\rho V^2 = \text{constant} \quad (1)$$

ここで、 P は静圧、 ρ は密度、 V は流速である。

3. 式(1)のベルヌーイの定理にもとづいて、ピトー静圧管で測定される差圧から飛行機の対気速度を算出する方法を述べよ。
4. ピトー静圧管で計測された差圧が 2.205 kPa であった。飛行高度における大気密度が 0.9 kg/m^3 であった場合の対気速度 km/h を計算せよ。

(次ページへ続く)

第2問

静止大気中を圧縮性の影響が無視できない高亜音速で飛行する飛行機のピトー静圧管について考える。ここで気流は孔 A まで等エントロピー的に減速して速度 0 になるとする。エネルギー保存則に基づいて、気流の静圧 P_∞ 、気流の温度 T_∞ 、差圧計で計測される差圧 ΔP から気流速度 V_∞ を得る式を求めよ。

第3問

静止大気中を超音速で飛行する飛行機の対気速度を計測することを考える。

1. 図 1 に示したピトー静圧管は超音速で飛行する飛行機の対気速度を計測することには適さない。その理由を図を用いて説明せよ。
2. 図 2 に示すピトー管を使って計測される圧力 P_A と気流の静圧 P_∞ から飛行マッハ数を求めるためには式(2)に示すレイリーのピトー管方程式が用いられる。この方程式を導出せよ。

$$\frac{P_A}{P_\infty} = \left(\frac{(\gamma+1)^2 M_\infty^2}{4\gamma M_\infty^2 - 2(\gamma-1)} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \frac{1-\gamma+2\gamma M_\infty^2}{\gamma+1} \quad (2)$$

ここで、垂直衝撃波前方の速度 V_1 、マッハ数 M_1 と垂直衝撃波後方の速度 V_2 、マッハ数 M_2 の間には次の関係式(3)および(4)が成り立つとする。

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{(\gamma+1)M_1^2}{2+(\gamma-1)M_1^2} \quad (3)$$

$$M_2^2 = \frac{1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma-1}{2}} \quad (4)$$

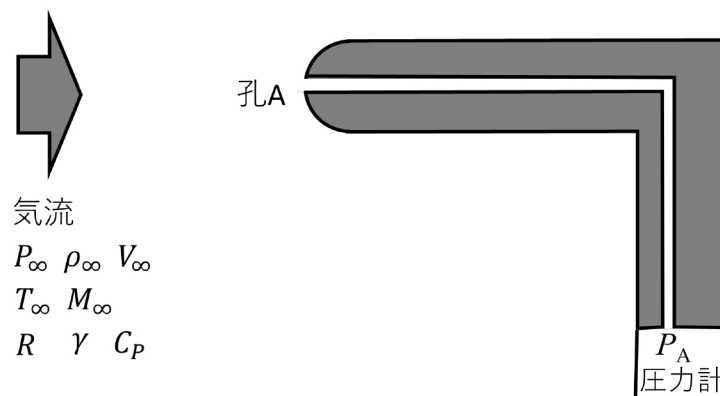


図 2

固体力学

第1問

図1に示すように，航空機が鉛直面内で回転半径 R の引き起こし運動（等速円運動と近似）に入った状態を考える。機軸方向は接線方向と一致しており，その方向に x 軸（進行方向逆向きを正とする）をとる。機体を質点とみなし，推力 T 及び抗力 D は x 方向と平行に，揚力 L はこれと垂直な方向（ z 方向）に作用しているとする。機体の速度を V ，重量を W ，重力加速度の大きさを g ，鉛直方向と z 方向のなす角度を図1のように θ とする。

1. x 軸及び z 軸方向の機体の力のつり合い式を $L, D, T, W, V, R, g, \theta$ を用いて表せ。
2. z 軸方向の機体の加速度 a_z を， z 軸方向の荷重倍数 $n_z (= L / W)$ を用いて表せ。

第2問

航空機がちょうど水平になる時（ $\theta=0$ ）の胴体に作用している荷重について考える。胴体以外の重量を無視するとし，胴体は図2に示すような長さが l の一様な質量分布を有するはりとみなす。簡単のため，揚力は胴体の重心位置（座標原点とする）に集中力として作用するとし，加速度（第1問の機体の加速度と同じ）は胴体のどの位置でも同じとする。せん断力 Q や曲げモーメント M の向きは図2の向きを正とし，振動荷重や y 方向の荷重は無視する。荷重倍数 n_z が2のとき，胴体に加わる慣性力（重力含む）や揚力を考え，せん断力分布 $Q(x)$ と曲げモーメント分布 $M(x)$ を求め， Q と M の最大，最小も含めて図示せよ。

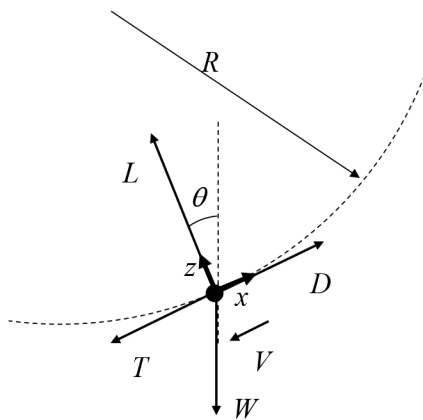


図1

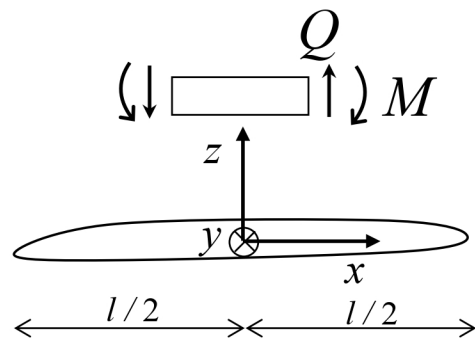


図2

(次ページへ続く)

第3問

第2問で考えた胴体について、 $x = -l/4$ における断面の構造は、図3に示すような4本の同じ補強部材（断面積 A ）と3枚の同じ曲面パネル（半径 r の部分円筒曲面，板厚 t ）からなる構造である。補強部材は軸力のみを受け持ち，パネルはせん断力のみを受け持ち軸力を受け持たないとする。

1. この断面の中立軸は $z = 0$ となることを示せ。
2. y 軸に関する断面2次モーメント I を A, r を用いて表せ。
3. 各補強部材の軸力 S_i ($i=1, 2, 3, 4$) を W, l, r を用いて表せ。
4. 各パネルのせん断流 q_i ($i=1, 2, 3$) を W, r を用いて表せ。ただし，せん断流の向きは図3の向きを正とする。

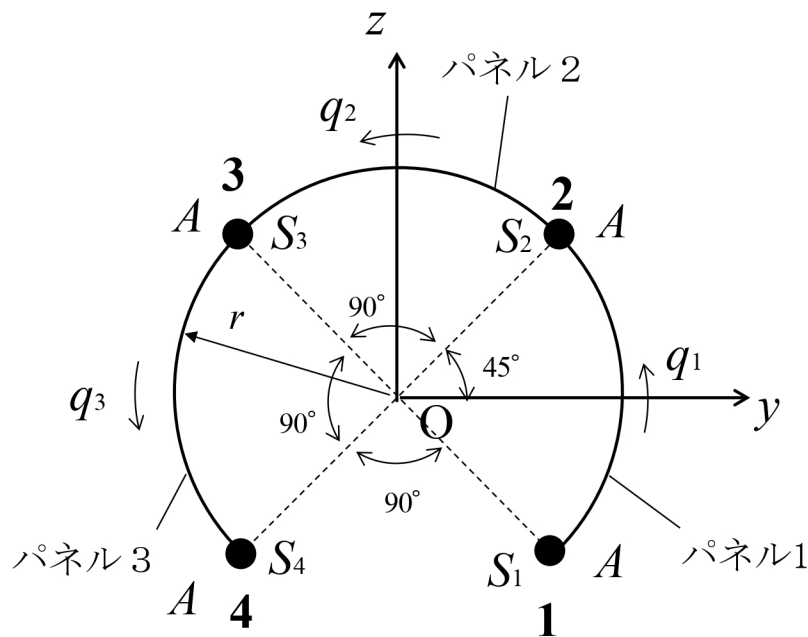


図3

航空宇宙システム学

図 1 に示す直方体形状の人工衛星の三軸安定方式を用いた姿勢制御について考える。衛星の質量は M とし、機体固定座標系 (x, y, z) の原点は衛星の重心とする。 x 軸と長さ $2a$ の辺、 y 軸と長さ $2b$ の辺、 z 軸と長さ $2c$ の辺はそれぞれ平行とする。質量は一様に分布していると考えてよい。以下の設問に答えよ。

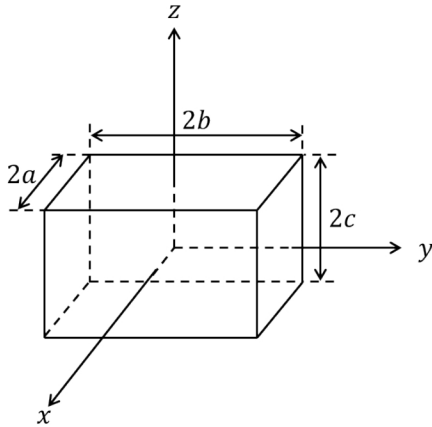


図 1

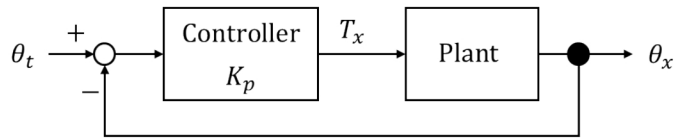


図 2

第 1 問

この人工衛星の慣性テンソル I の機体固定座標系でみた各成分(式(1))を M , a , b , c を用いて表せ。

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

第 2 問

第 1 問の慣性テンソル I , 衛星の角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$, 衛星に与えられる外力トルクベクトル $\boldsymbol{T}$ を考える。この人工衛星の機体固定座標系基準での運動方程式を成分表記で求めよ。ただし、機体固定座標系で見た成分は式(1), (2)を用いること。

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

(次ページへ続く)

第3問

機体固定座標系 x 軸の1軸の回転制御のみ考え、 $\omega_y = \omega_z = 0$ とする。図2のように目標姿勢角 θ_t を入力とし、姿勢角 θ_x を観測してフィードバックトルク T_x を出力する比例制御系を考える。

1. この制御系の閉ループ伝達関数とその極を求め、安定性について議論せよ。ただし、比例ゲインは $K_p > 0$ とする。
2. 人工衛星が $\theta_x = 0$ で静止している。時刻 $t = 0$ で目標姿勢角 $\theta_t = d$ をステップ入力を与えたとき、姿勢角 θ_x の挙動を図示せよ。
3. 比例制御系に、積分制御または微分制御のどちらかを追加する場合、どちらがより適切か制御系の安定性解析を行い説明せよ。ただし、積分ゲインは $K_i > 0$ 、微分ゲインは $K_d > 0$ とする。

第4問

図1の人工衛星にリアクションホイールが3つ搭載され、その回転軸が機体固定座標の各軸に沿っているとする。その機体固定座標系での角運動量ベクトルを $\mathbf{h}_{rw} = [h_x \ h_y \ h_z]^T$ とする。その他の記号や条件は第2問と同じとし、リアクションホイールを搭載したことによる人工衛星の慣性テンソルの変化は無視する。

1. x 軸周りにトルク出力可能なリアクションホイールが他のリアクションホイールより十分大きな角運動量を保有しており、人工衛星の角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ も十分小さいと考える。二次の微小項を無視し簡略化した運動方程式を機体固定座標系基準での成分表記で求めよ。
2. z 軸周りにトルク出力可能なリアクションホイールのみ用いて、 y 軸の姿勢角制御を行うことを考える。 z 軸周りの角運動量変化 $\dot{h}_z$ から、 y 軸の姿勢角 θ_y への伝達関数を求めよ。外力トルクベクトル $\mathbf{T} = \mathbf{0}$ とする。
3. 第4問の2の姿勢角制御を安定化させるフィードバック制御器 $C(s)$ を次式のように考える。係数 k_0, k_1, k_2 のうち0でもよい係数はどれか、制御系の安定性解析を行い説明せよ。

$$C(s) = k_0 + k_1 s + k_2 s^2 \quad (3)$$

推進工学

第1問

ペイロード質量 m_u ，初期推進剤質量 m_p ，エンジンを含む機体構造質量 m_d のロケットを考える。ロケットは初期速度 V_0 で飛行しており，最適膨張するノズルを用いてロケットに対して一定の相対速度 V_e で後方へ推進剤を噴射する。

1. ロケットが全ての推進剤を噴射した際の速度 V_f を， V_0, V_e および初期質量 $m_0 = m_p + m_d + m_u$ ，噴射終了時の質量 $m_f = m_d + m_u$ を用いて表せ。
2. ロケットのペイロード比 m_u/m_0 と構造効率 $\beta = \frac{m_d}{m_p+m_d}$ の間に式(1)の関係があることを示せ。

$$\frac{m_u}{m_0} = \frac{\exp\left(-\frac{V_f - V_0}{V_e}\right) - \beta}{1 - \beta} \quad (1)$$

第2問

化学ロケット燃焼室内の燃焼ガスが，最適膨張するノズルを通して後方に噴射している。燃焼室全圧，全温をそれぞれ P_0, T_0 ，ノズル出口静圧を P_e として，ノズル出口流速 u_e を求めよ。

燃焼ガスは平均分子量 $\bar{M}$ ，比熱比が γ で一定の理想気体であるとしてよい。一般気体定数は $\bar{R}$ とする。

第3問

図1のような，共に円筒形状の陽極（内半径 r_a ）と陰極（外半径 r_c ）からなる軸方向長さ z_0 のMPD (Magnetoplasmdynamic)スラスタを考える。スラスタには質量流量 $\dot{m}$ の推進剤が供給されている。電流のループによって磁界 B_θ が発生するので，電極間のアーク放電によって推進剤がプラズマ化すると，半径方向電流 j_r と B_θ の干渉により生成プラズマにローレンツ力 f_z が働く。

スラスタ入口において陰極に流れる電流を J_{z0} とし，陽極から陰極へ周方向と軸方向に一樣な半径方向電流が流れているとすると，入口から z の位置で陰極に流れる軸方向電流は $J_z = J_{z0} \frac{z_0 - z}{z_0}$ ，また半径 r の位置における半径方向電流の密度は $j_r = \frac{J_{z0}}{2\pi r z_0}$ になる。

この時， μ を透磁率として軸方向推力 F_z が式(2)で与えられることを示せ。

$$F_z = \frac{\mu J_{z0}^2}{4\pi} \ln \frac{r_a}{r_c} \quad (2)$$

(次ページへ続く)

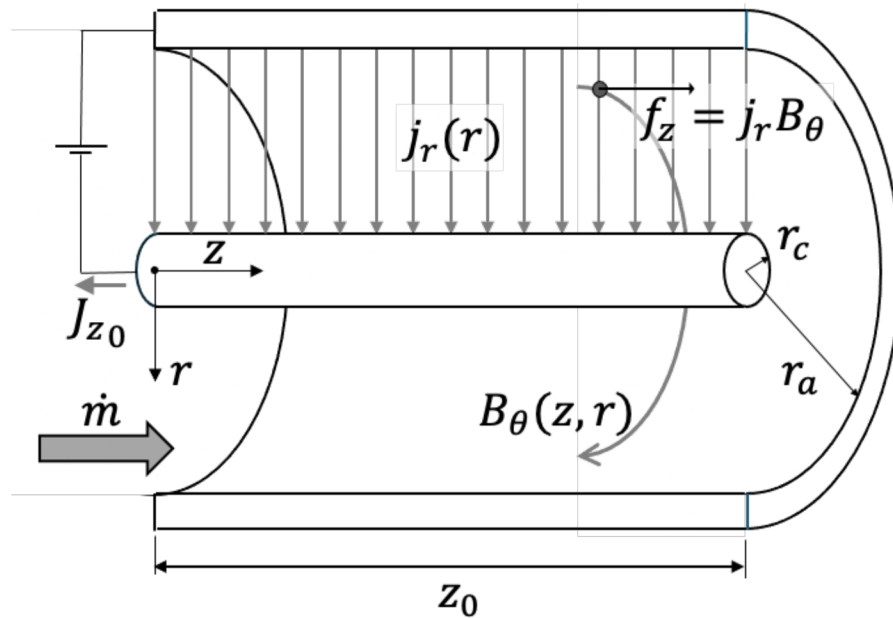


図 1 MPD スラスタ

第 4 問

第 1 問から第 3 問の結果を用いて以下の 3 とおりのロケットの性能を概算して、ロケットの特性についてわかることを述べよ。

- 液体酸素および液体水素を推進剤とする化学ロケット
- 液体酸素およびケロシンを推進剤とする化学ロケット
- アルゴンを推進剤とする MPD スラスタ

化学ロケットの推進剤の特性は表 1 で与えられる。また,MPD スラスタの安定作動限

界は $\frac{J_{z0}^2}{\dot{m}} < 400 \times 10^9 \frac{\text{A}^2}{\text{kg/s}}$ と報告されている。

MPD スラスタの半径比は e を自然対数の底として $\frac{r_a}{r_c} = e^2 = 7.39$ とし, ケロシンの組成

はナフテン ($\text{C}_{11}\text{H}_{22}$) で代表させて良い。化学ロケット燃焼ガスの比熱比は 1.33 を用いて良い。一般気体定数は 8.31 J/mol/K , 透磁率は $4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$, また水素, 炭素, 酸素およびアルゴンの原子量にはそれぞれ 1, 12, 16, 40 を用いよ。

表 1 推進剤特性

酸化剤	酸化剤比重	燃料	燃料比重	質量混合比 酸化剤／燃料	燃焼温度(K)
液体酸素	1.1	液体水素	0.07	5.0	3250
液体酸素	1.1	ケロシン	0.8	$20 / 7 = 2.86$	3700

