

受験番号	
------	--

(受験番号を記入すること)

2024 年度

東京大学大学院工学系研究科

航空宇宙工学専攻 入学試験問題

専門科目 (午後)

時間： 13:30～16:30

注意事項

1. 試験開始の合図まで、この冊子を開かないこと。
2. 4科目中3科目を選択して解答すること。
3. 解答用紙3枚が渡されるので、1科目ごとに1枚の解答用紙を使用すること。
4. 解答用紙には、科目名及び受験番号を記入すること。
5. 解答用紙及び問題冊子は持ち帰らないこと。

流体力学（午後）

静止大気中を高度一定で定常遷音速飛行する飛行機の主翼周り流れのモデルとして、翼型周りの二次元非粘性圧縮性流れを考える。大気は熱量的に完全な気体であり、比熱比は γ とする。

第1問

翼面上の1点における流速がちょうど音速になる時の飛行マッハ数（臨界マッハ数）が M_A である。この時、翼面上において最も圧力が低くなる点の圧力係数 C_p^* を、 M_A と γ を用いて表せ。翼面上に剥離は発生していないものとし、圧力 P に対する圧力係数 C_p の定義は次式の通りである。

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2} \quad (1)$$

なお、一様流の密度、圧力、速さは ρ_∞ 、 P_∞ および U_∞ とする。

次に、翼型周りに発生する定常な衝撃波について考える。飛行マッハ数 M_B は $M_A < M_B < 1$ （離脱衝撃波は発生していない）である。

第2問

遷音速飛行に適した翼型を解答用紙に描け。一様流の向きを矢印で示した上で、流れ場が超音速になる領域を斜線で示せ。また、同じ図中に衝撃波の位置を示せ。

以下では、翼型上の定常な衝撃波を垂直衝撃波と仮定し、流れは一次元流れとする。

第3問

静止大気中を速さ U_B で遷音速飛行する翼型を地上静止系から観察したところ、衝撃波の上流側における大気の様子は u_u 、衝撃波の下流側は静止した大気であった（ U_B および u_u の向きについては適切に考えること）。衝撃波静止の座標系において衝撃波を囲む薄い検査体積を考えた時に成り立つ、連続の式、運動量の式、エネルギーの式を示せ。なお、衝撃波上流側の密度と圧力は ρ_u および P_u 、衝撃波下流側の密度と圧力は ρ_∞ および P_∞ 、とせよ。

（次ページへ続く）

第4問

静止した大気の音速 a_∞ に対する u_u の比 (u_u/a_∞) を, 飛行マッハ数 $M_B (= U_B/a_\infty)$ と γ を用いて表せ。

第5問

大気圧 P_∞ に対する P_u の比 (P_u/P_∞) を, M_B と γ を用いて表せ。

第6問

衝撃波上流の圧力係数が C_{pu} であった。飛行マッハ数 M_B を求めよ。

固体力学（午後）

図1のように、大きさ $L \times h$ の矩形の薄板の辺上に、3本の軸力部材を補強材として取り付けた構造が、 $x=0$ で剛体壁に固定されている。3本の軸力部材は全て一様断面積 A 、ヤング率 E を持ち、壁面との結合、軸力部材どうしの結合はピン結合とする。薄板は一様板厚 t 、せん断弾性率 G を持ち、剛体壁及び軸力部材と完全に結合している。この構造が薄板の面内のみで変形するとして、点 C に垂直方向 ($-y$ 方向) の荷重 P が作用した場合を考える。

ここで、薄板では垂直応力 $\sigma_x = \sigma_y = 0$ で、せん断応力 $\tau_{xy} \equiv \tau$ の分布は一様と仮定し、さらに軸力部材の太さ方向の寸法は h に比べて十分小さいとして、以下に答えよ。全ての答えは図中に示された量を用いて表わせ。

- 第1問 薄板のせん断応力 τ 、軸力部材 1～3 の軸力分布 $S_1(y)$ 、 $S_2(x)$ 、 $S_3(x)$ を示せ。ただし、 τ は図中の向きを正とし、軸力は引張を正とする。
- 第2問 この構造に蓄えられるひずみエネルギー U を求めよ。
- 第3問 カスティリアーノ (Castigliano) の定理を用いて点 C の荷重方向変位 δ を求めよ。
- 第4問 h に比べて L が十分大きい場合にこの構造を片持ちはりで見なすことにする。このはりがベルヌーイーオイラー (Bernoulli-Euler) の仮説に従うとして、はりの自由端 ($x=L$) の垂直方向変位 δ_{BE} を求めよ。
- 第5問 第3問の答えと第4問の答えを比較し、前者の結果から後者の結果を得るために、この構造を構成する部材に課すべき弾性力学的条件を定めよ。

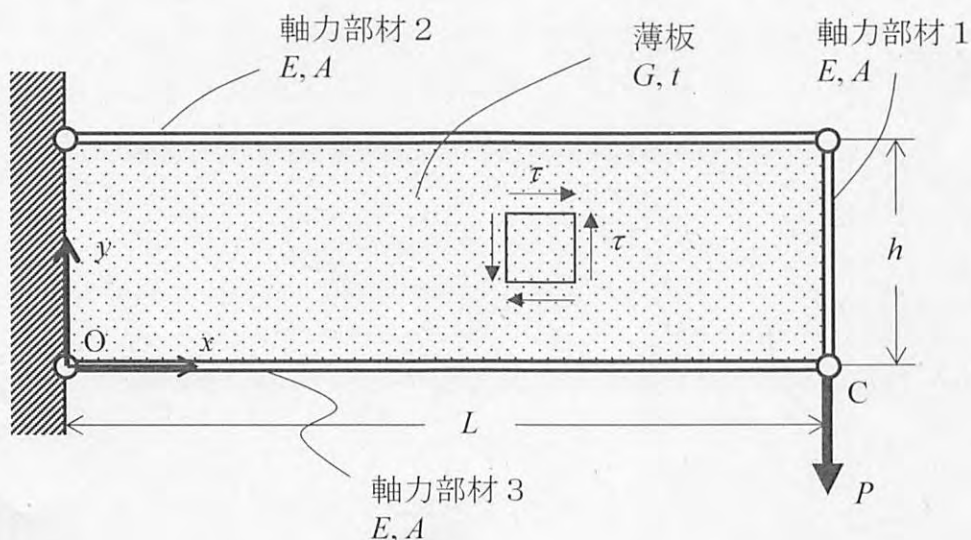


図 1

航空宇宙システム学 (午後)

図 1 のように 2 つの半径 a 、質量 m の密度一様な球を質量が無視できる棒で接続した
重鈴型の物体を考える。物体は軸対称の剛体とみなすことができ、両球の中心間の距
離は l ($l > 2a$) である。($\dot{\quad}$) は時間微分を表す。以下の問いに答えよ。

第 1 問 この物体の 3 つの慣性主軸のまわりの慣性モーメント I_x, I_y, I_z を、 m, l, a を用い
て表せ。軸対称性により、 $I_x = I_y \equiv I_c$ であることに留意せよ。質量 m 半径 a の球の重
心を通る軸に関する慣性モーメントが $\frac{2}{5}ma^2$ であることを使っても良い。

第 2 問 地上で、図 2 のように、軸に沿って重心から距離 b ($b < \frac{1}{2}l - a$) 離れた位置
を支点として物体が微小振動するとき、その角振動数 ω_b を求めよ。ただし、地表面で
の重力加速度を g とする。

次に、図 3 のように、無重力環境でのこの物体の姿勢運動を考える。慣性主軸まわり
の角速度ベクトルを $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ とするとき、運動方程式は慣性主軸座標系で、

$$I\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times I\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{t}$$

と表される。ここで、 $I = \begin{bmatrix} I_c & 0 & 0 \\ 0 & I_c & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}$ は慣性テンソルであり、 $\boldsymbol{t} = [t_x, t_y, t_z]^T$ は外力

によるトルクベクトルである。

第 3 問 $\boldsymbol{t} = \mathbf{0}$ のとき、 z 軸まわりの角速度 ω_z が一定値であることを示せ。

第 4 問 $\boldsymbol{t} = \mathbf{0}$ のとき、 z 軸まわりの一定角速度を Ω として、 x 軸と y 軸のまわりの角速度
 ω_x, ω_y がどのように時間遷移するか記述せよ。

第 5 問 外力トルク $t_x = k\omega_x$ を与えるとする ($t_y = t_z = 0$)。 ω_x と ω_y の振動が臨界減衰
するようなフィードバックゲイン k の値を求めよ。

最後に、図 4 に示すように、この物体を地球の周りの円軌道に投入した。物体重心の
軌道半径を r ($r \gg l$)、周回角速度を ω_0 とする。

第 6 問 物体の z 軸が地球の中心を向く姿勢が安定であることを示せ。ただし、 z 軸ま
わりの角速度 ω_z は 0 であるとす。

(次ページへ続く)

第7問 前問の安定状態の近傍、かつ、軌道面内で物体が微小振動するとき、その角振動数を求めよ。

第8問 原点を物体の重心に取った軌道座標系 $\mathcal{F}_0 = \{X_0, Y_0, Z_0\}$ を考える。 Z_0 軸は地球中心の向きに一致し、 X_0 軸は物体の進行方向に一致するとする。ロール角、ヨー角をそれぞれ φ, ψ で表すとき、 $\varphi = \psi = 0$ の近傍での X_0 軸、 Z_0 軸まわりの微小な姿勢運動は以下の式のように線形化される。この系の安定性を評価せよ。

$$I_c \ddot{\varphi} - \omega_0 I_z \dot{\psi} + 4\omega_0^2 (I_c - I_z) \varphi = 0$$

$$I_z \ddot{\psi} + \omega_0 I_z \dot{\varphi} = 0$$

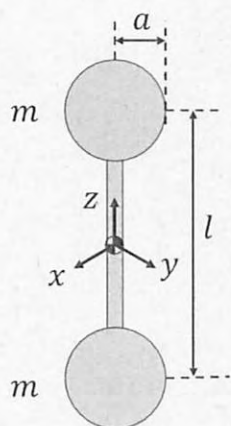


図 1

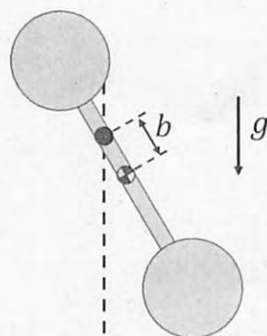


図 2

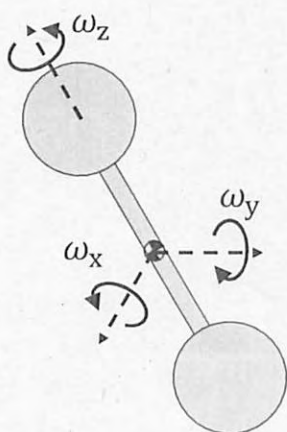


図 3

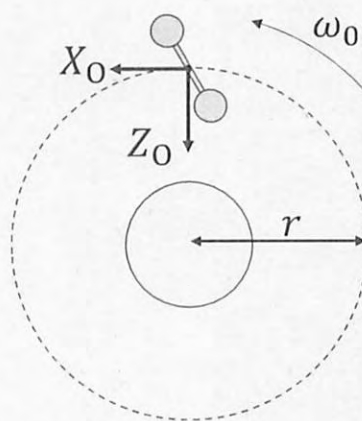


図 4

推進工学 (午後)

図 1 は圧縮行程長よりも膨張行程長が大きい火花点火エンジンの理想サイクルの $p-v$ 線図 ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 1$, サイクル A) を示したものである。状態 i における圧力, 温度および比容積をそれぞれ p_i, T_i および v_i とする。このサイクルの圧縮比を $\varepsilon_c = v_1/v_2$, 膨張比を $\varepsilon_e = v_4/v_2$, 膨張圧縮比を $\varepsilon = \varepsilon_e/\varepsilon_c$ とし, 定容加熱過程における圧力比を $\beta = p_3/p_2$ と定義する。作動流体は気体定数 R , 比熱比 κ の理想気体である。以下の問いに答えよ。

第 1 問 p_2, p_3 を $p_1, \beta, \varepsilon_c, \kappa$ を用いて表せ。

第 2 問 T_2, T_3 を $T_1, \beta, \varepsilon_c, \kappa$ を用いて表せ。

第 3 問 T_4, T_5 を $T_1, \beta, \varepsilon, \kappa$ を用いて表せ。

第 4 問 定容加熱過程において作動流体が受け取る単位質量あたりの熱量 q_{1v} を $R, T_1, \beta, \varepsilon_c, \kappa$ を用いて表せ。

第 5 問 定容放熱過程および定圧放熱過程において作動流体が放出する単位質量あたりの熱量 q_{2v}, q_{2p} を, それぞれ $R, T_1, \beta, \varepsilon, \kappa$ を用いて表せ。

第 6 問 このサイクルの理論熱効率 η を式 (1) のように表すとき, α を $\beta, \varepsilon, \kappa$ を用いて表せ。

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon_c^{\kappa-1}} \cdot \alpha \quad (1)$$

第 7 問 断熱膨張過程終了時の圧力が初期圧力 p_1 となるサイクル ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 1$, サイクル B) の場合 (図 1), 膨張圧縮比 ε を β, κ を用いて表せ。また, このとき, 式 (1) の α を β, κ を用いて表せ。

(次ページへ続く)

第8問 サイクルAおよびBの $T-s$ 線図の概略を重ねて描け。また状態1を始点として、同じ圧縮比 ε_c と圧力比 β を持つオットーサイクルの $T-s$ 線図を重ねて描き、これらの線図に基づき、これら三つのサイクルの理論熱効率の大小関係を定性的に説明せよ。なお、 s は比エントロピーであり、これら三つのサイクルの作動流体は同一とする。

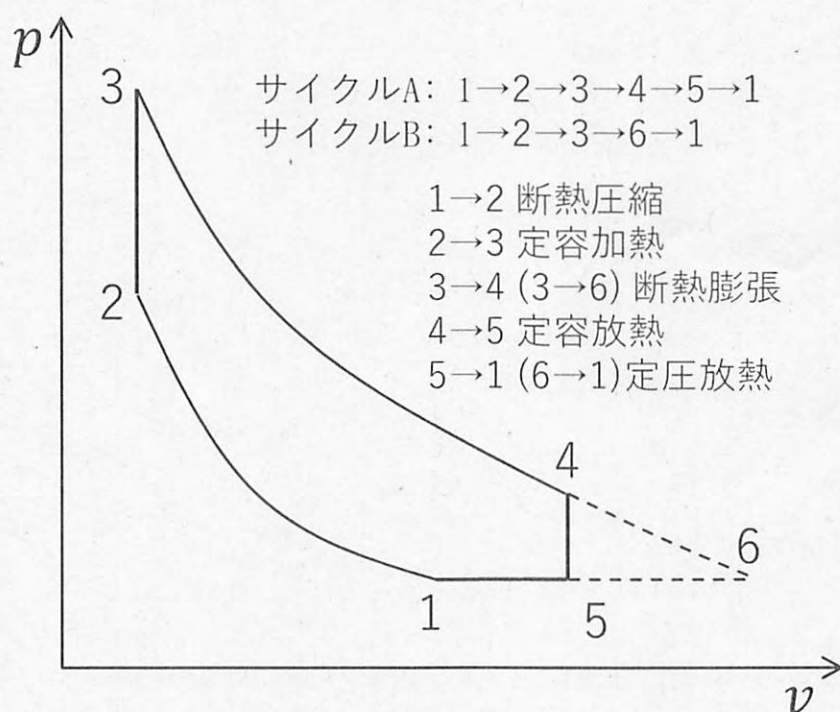


図1

