

受験番号	
(受験番号を記入すること)	

2023 年度  
東京大学大学院工学系研究科  
航空宇宙工学専攻 入学試験問題  
専門科目 (午後)

時間： 13:30～16:30

注意事項

1. 試験開始の合図まで、この冊子を開かないこと。
2. 4科目中3科目を選択して解答すること。
3. 解答用紙3枚が渡されるので、1科目ごとに1枚の解答用紙を使用すること。
4. 解答用紙には、科目名及び受験番号を記入すること。
5. 解答用紙及び問題冊子は持ち帰らないこと。



# 流体力学（午後）

$x$  軸方向の圧縮性非粘性準一次元定常の理想気体流れを考える。気体の比熱比は  $\gamma$  とする。速度  $u$ ，マッハ数  $M$ ，圧力  $p$ ，密度  $\rho$ ，流管の断面積  $A$  は  $x$  の関数である。以下の問い合わせに答えよ。第1問から第3問までは等エントロピー流れを仮定せよ。

## 第1問

全エンタルピーの保存を用いて式(1)を導出せよ。 $p_0$ はよどみ点圧力である。

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\gamma/(\gamma-1)} \quad (1)$$

## 第2問

流管の質量流量  $\rho u A$  が一定であること、および運動方程式

$$\rho u \frac{du}{dx} = - \frac{dp}{dx} \quad (2)$$

を用いて式(3)を導出せよ。

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dx} = \frac{1 - M^2}{\gamma M^2 p} \frac{dp}{dx} \quad (3)$$

## 第3問

式(4)を導出せよ。

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dx} = - \frac{1 - M^2}{M^2 \{2 + (\gamma - 1)M^2\}} \frac{dM^2}{dx} \quad (4)$$

## 第4問

ラバルノズル内のマッハ数分布は背圧  $p_b$  によってどのように変化するか、図を用いて定性的に説明せよ。

## 第5問

$p_b$  がある範囲にある時、ラバルノズル内に垂直衝撃波が発生する。垂直衝撃波の直前の状態を添字1、直後の状態を添字2で表すと式(5)が成り立つ。

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \rho_2 - 1}{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} - \frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad (5)$$

垂直衝撃波による圧力上昇は、同じ密度変化を伴う等エントロピー圧縮による圧力上昇より大きいことを証明せよ。

## 固体力学（午後）

材料1と材料2からなる接合板に引張荷重 $P$ が作用する場合について、以下の問い合わせよ。接合板の厚さを $t$ 、幅を $w$ 、長さを $L$ とし、 $L$ は $t$ および $w$ よりも十分に大きいとする。なお、材料1および材料2は等方性であり、材料1のヤング率は $E_1$ 、材料2のヤング率は $E_2$ であり、ポアソン比は同じである。また、接合板の接着は完全であると仮定する。なお、材料1のヤング率 $E_1$ は材料2のヤング率 $E_2$ よりも大きい ( $E_1 > E_2$ )、材料2の引張強さ $\sigma_2^B$ は材料1の引張強さ $\sigma_1^B$ よりも大きい ( $\sigma_1^B < \sigma_2^B$ ) ものとし、いずれの材料も破壊まで弾性変形する。破壊した板は荷重を一切負担しないものとする。与えられていない必要な用語や記号は各自定義の上使用すること。

第1問 図1の接合板に引張荷重 $P$ を作用させた場合の接合板の平均的なヤング率を導出せよ。必ず導出の過程を示すこと。

第2問 図1の接合板を変位速度一定で引張試験した場合の接合板の最終破壊までの平均的な応力—ひずみ関係を図示し記述せよ。

第3問 図2の接合板に引張荷重 $P$ を作用させた場合の接合板の平均的なヤング率を導出せよ。必ず導出の過程を示すこと。

第4問 図2の接合板を変位速度一定で引張試験した場合の接合板の最終破壊までの平均的な応力—ひずみ関係を図示し記述せよ。

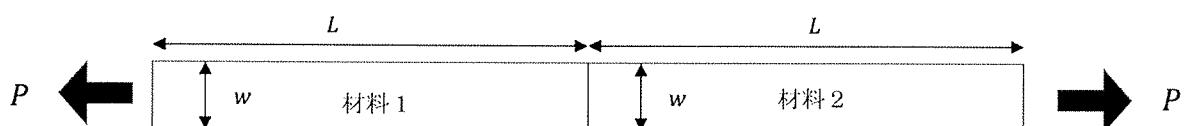


図1

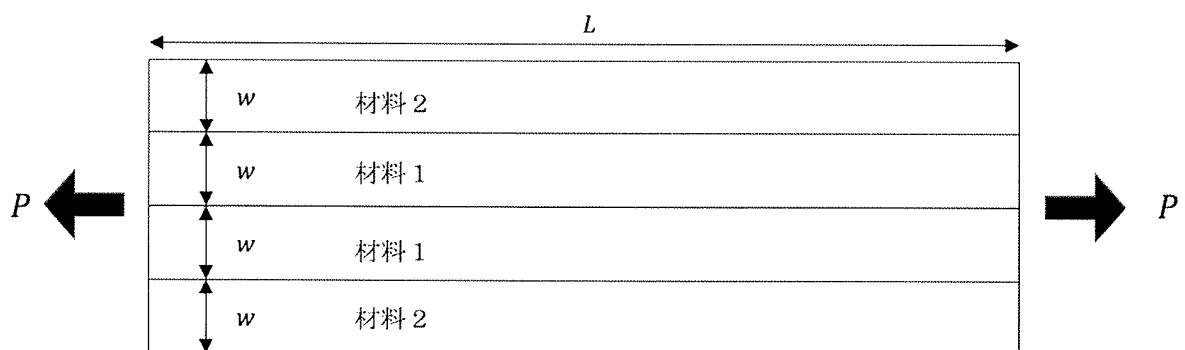


図2

## 航空宇宙システム学（午後）

デブリ除去のため、寿命を終えたにもかかわらず地球周回軌道に存在する衛星やロケットに地上からレーザーを照射し、その輻射圧で高度を下げるを考える。以下の設問に答えよ。何かを仮定しないと解けない場合は、どのような仮定を置いたかも併せて記すこと。また、式や議論に必要な変数・定数があれば、それも定義した上で使うこと。

第1問 一般に、レーザーや太陽光の輻射圧を受けた衛星の姿勢や軌道がどう変化するか、図や式を用いて定性的に説明せよ。

第2問 地球は半径  $r_0$  の球形とする。図1のように地上におかれたレーザー装置Aから半径  $r$  の円軌道上の衛星Bにレーザーを照射する。レーザー装置Aはこの衛星Bの軌道の軌道面内にあるとする。この照射するレーザーの向きはレーザー装置Aの設置位置における鉛直方向から測って  $\theta$  の角度であるとし、 $\theta$  を変えて衛星Bをレーザーで追いかけるとする。このレーザーは衛星Bにレーザーの進行方向の力  $F$  を与えると仮定すると、この力の、軌道の速度ベクトル方向、および半径方向の成分を、 $\theta$  の関数として記せ。なお、太陽の輻射圧や大気抵抗、地球の自転の効果、大気によるレーザーの減衰は考えないでよいとする。

第3問 第2問の力  $F$  による衛星Bの軌道角運動量の時間変化を表す式を導出せよ。

第4問 このレーザーは衛星Bを追いかけながら、照射のオン・オフができる。できるだけ照射する時間を短くして効率的に衛星Bの軌道角運動量を減らしたい。以下の2つの場合において、どのようなタイミングで照射する方針を取ればいいか、必要に応じて式やグラフを使って定性的に議論せよ。なお力  $F$  の向きは第2問で指定した方向とする。

1. 力  $F$  の大きさが一定である場合
2. 力  $F$  の大きさがレーザー装置Aと衛星Bの間の距離の二乗に反比例する場合

(次ページへ続く)

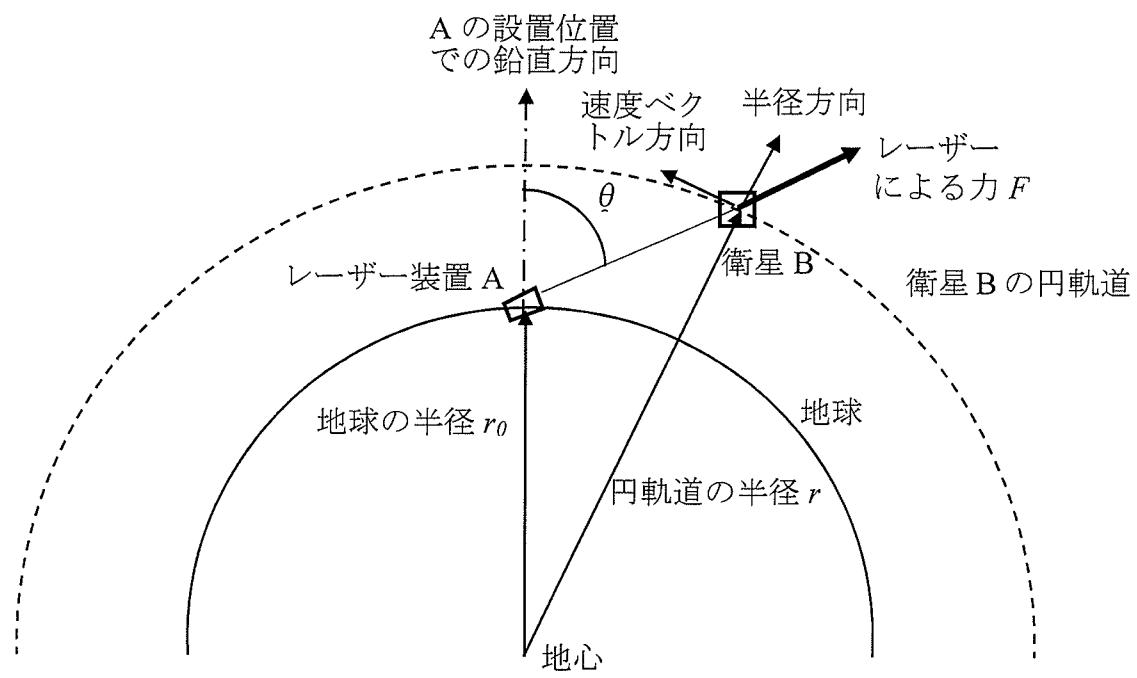


図 1

# 推進工学（午後）

## 第1問

図1に示すように、不釣り合いのある円板のついた軸が軸受中心周りに一定の角速度 $\omega$ で回転している。円板は重心Gにおける集中質量 $m$ でモデル化し、円板の厚さと軸の太さは無視する。図2は円板を軸方向に見た様子を示している。円板位置での軸中心Cは静止状態における軸受中心Oの周りに $r$ だけ変位して回転している。円板の重心Gは軸中心Cから $\varepsilon$ だけ偏心しており、Cの周りを角速度 $\omega_g$ で回転する。ただし、安定した振れ回り状態では軸の回転角速度 $\omega$ と重心の軸中心周りの角速度 $\omega_g$ は一致し、円板は図2のような状態で振れ回る。軸の等価なばね定数を $k$ とし、減衰とねじりは考えない。

1. 不釣り合いがなくGとCが一致する場合に、遠心力と軸の復元力との釣り合いから軸の振れ回り振動数を求めよ。
2. 以下では不釣り合いのある場合を考える。図2の座標系で軸中心Cの座標 $z$ を $z = x + iy$  ( $i$ は虚数単位)と表示する。重心Gの座標 $z_g$ を $z$ ,  $\varepsilon$ ,  $\omega_g$ および時間 $t$ を用いて表せ。
3. この不釣り合い質量をもつ円板の、安定した振れ回り状態での振れ回り振動を表す方程式を導け。
4. 前問の方程式の強制振動解の振幅を求め、振動が発散する条件を導け。なお、不釣り合いがないときの系の固有振動数を $\omega_n$ とし、解に用いよ。
5.  $\omega_g$ と $\omega_n$ の大小関係に応じてそれぞれどのような振れ回り運動が発生するか説明せよ。各場合について、O, C, Gの相対的な位置関係を示す図を付すこと。
6. 回転角速度を大きくした極限ではどのような振れ回り状態となるか。

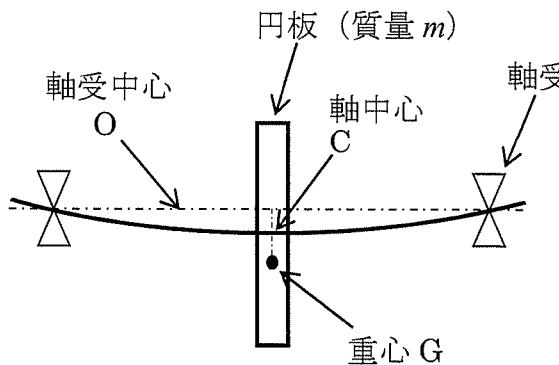


図1

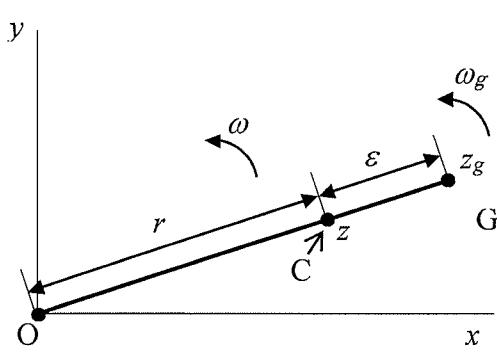


図2

(次ページへ続く)

## 第2問

図3のようにフライホイールが付いたモーターがばねとダッシュポットにより床に支持されている。モーターは角速度 $\omega$ で回転する。ばね定数を $k$ 、ダッシュポットの粘性減衰定数を $c$ とする。釣り合い位置を原点として鉛直方向下向きに $x$ 軸をとり、フライホイールを含むモーター系全体は $x$ 方向にのみ運動するものとする。フライホイールには軸中心から距離 $\varepsilon$ だけ離れた位置に不釣り合い質量 $m$ があり、モーターの質量と不釣り合い質量を合わせた全質量を $M$ とする。

1. モーターの運動方程式を導け。
2. 運動方程式からモーターの運動が定常振動に移行した後の変位を求めよ。
3. 定常振動時の変位振幅を求めよ。
4. 系が共振を起こすとき、振幅はどうなるか。
5. モーターの回転角速度が増大していく極限で、振幅はどうなるか。
6. この極限でのフライホイールの振れ回り運動において、軸中心、重心、および不釣り合い質量の位置関係はどうなるか、図を描いて理由とともに示せ。また、運動状況の特徴を述べよ。

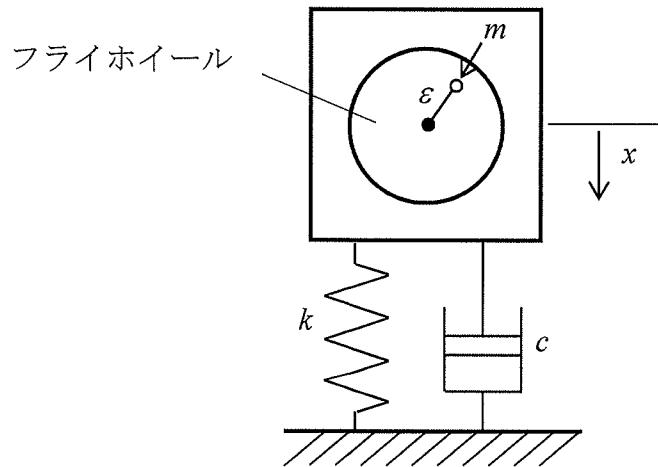


図3

