

2021 年度  
東京大学大学院工学系研究科  
航空宇宙工学専攻 入学試験問題  
専門科目 (午後)

時間： 2 時間

注意事項

1. 試験開始の合図まで、ページをスクロールしないこと。
2. 修士課程受験者は4科目中2科目、博士後期課程受験者は4科目中1科目を選択して解答すること。
3. 選択一問につき解答用紙4枚と下書用紙2枚を用いること。下書用紙は採点の対象にはならない。
4. すべての解答用紙と下書用紙に受験番号を記入すること。また解答用紙一枚目には選択した科目を記入すること。
5. この問題 PDF ファイルは試験後に PC から完全に消去すること。



## 流体力学（午後）

新規開発される 150 人乗りの旅客機（主翼下パイロン懸架方式の双発ターボファンエンジン，巡航マッハ数 0.8）の巡航時における空気力学的特性を調べる風洞試験計画を立案することを考える。尚，実機機体全長は 30.0m，全幅 30.0m，最大離陸重量 60,000kg の機体である。

第 1 問 巡航マッハ数における風洞試験を計画するにあたって，考慮すべき項目を 4 つ挙げ，各項目について 200 字程度で記述せよ。なぜそれらの点を考慮する必要があるのか，流体力学的な観点を踏まえて説明すること。必要であれば説明のために図や数式を用いてよい。

第 2 問 主翼平面形はテーパー翼であり，アスペクト比が 9.0，テーパー比が 1/3 とする。この時の実機の主翼面積及び平均空力翼弦を推算せよ。

第 3 問 第 1 問で挙げた点に注意を払いながら，風洞模型を 1 つ製作することを考える。その模型の概要について，流体力学的な観点を踏まえ，具体的な数値を交えながら説明せよ（例えば，風洞模型の主翼面積や平均空力翼弦を計算する等）。なお，計算において仮定を置く場合には，それらについて明確に説明せよ。

## 固体力学（午後）

### 第1問

図1のように、長さ $l$ 、単位長さあたりの質量 $\mu$ 、曲げ剛性 $EI$ の  
 一様な梁が下端で土台に固定されている。上端は自由である。固定  
 端を原点として図のように $xy$ 座標系をとる。梁の曲げたわみを  
 $w(x,t)$ として、 $w(x,t)=W(x)q(t)$ と表す。ここで、 $W(x)$ は固有振動モ  
 ード、 $q(t)$ はそのモード変位である。また、 $y$ 方向の土台の変位を  
 $Y_0(t)$ と表す。梁に生じる曲げ振動に関する設問に答えよ。梁断面の  
 せん断変形や回転慣性は考慮しない。

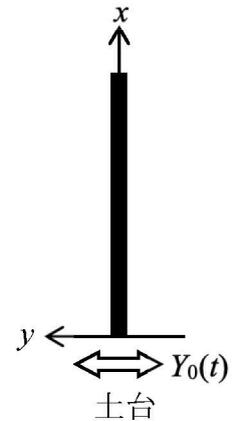


図1

1. 梁が振動数 $\omega$ で減衰のない自由振動をしている。ここで、 $\omega$ は  
 ある曲げ振動モードの固有振動数である。このとき、 $q(t)$ に  
 $\sin \omega t$ を代入して、運動エネルギーとひずみエネルギーの関係から、 $\omega^2$ を $W(x)$ を用い  
 て表せ。
2. 図1のように土台を変位 $Y_0(t)$ で周期的に揺動する場合、減衰がないときの梁の  
 曲げ振動に関する $w(x,t)$ の偏微分方程式を梁の微小要素の力のつり合いから求  
 め、前問の解を利用して $q(t)$ の常微分方程式を導出せよ。導出過程を示すこと。
3. 変位 $Y_0(t)$ が振動数 $\omega_1$ の一定振幅の正弦波である場合、定常状態での梁の中央  
 ( $x=(1/2)l$ )の最大加速度が $\alpha$ になった。ここで、 $\omega_1$ は梁の1次固有振動数であ  
 る。この定常状態において固定端に生じる最大曲げモーメント $M_V$ と、この梁に  
 静的に一樣な加速度 $\alpha$ を与えたときに固定端に生じる曲げモーメント $M_S$ との  
 比( $M_V/M_S$ )を求めよ。1次固有振動モード $W_1(x)$ は以下のように表される。

$$W_1(x) = C_1 \left( \cosh \frac{\lambda x}{l} - \cos \frac{\lambda x}{l} \right) - C_2 \left( \sinh \frac{\lambda x}{l} - \sin \frac{\lambda x}{l} \right)$$

ここで、

$$\lambda^4 \equiv \frac{\mu \omega_1^2 l^4}{EI}, \quad \lambda = 1.88, \quad W_1\left(\frac{1}{2}l\right) = 2.81, \quad C_1 = 4.14, \quad C_2 = 3.04$$

である。より高次の固有振動モードの $M_V$ への寄与は無視できる程度に小さいと  
 する。

### 第2問

ロケットと衛星を結合した数学モデルに飛行中に想定される外力を与えてモデルに  
 生じる加速度や荷重を確認する解析を柔結合解析(CLA)という。図2に示すある衛  
 星のCLAにおいて、ロケットとのインタフェースでの最大曲げモーメント $M_x$ は  
 $m\alpha_M h$ と等しかった。ここで、 $\alpha_M$ は衛星重心位置での $y$ 方向の最大加速度、 $m$ は衛星  
 の質量、 $h$ はインタフェースから重心までの高さである。CLAの後、この衛星の強度

(次ページに続く)

確認のために、ロケットとのインタフェースを 5Hz から 100Hz までの掃引正弦波で加振する振動試験を行った。衛星を  $y$  方向に加振する横振動試験中に、衛星はインタフェース近傍で破壊した。振動試験と衛星の状況について以下に要約する。

- 衛星は加振機で  $y$  方向に動く剛なテーブルに固定されていた。
- 重心位置の  $y$  方向加速度が CLA で求められた最大加速度  $\alpha_M$  を超過しないように加振機の駆動力を正確に制御した。
- この衛星は、図 3 のように中央の梁と剛体の横棒でモデル化される。剛体棒は衛星の重心位置で中央の梁に対して垂直に結合される。図 4 にこの横振動試験で共振する固有振動モードを全て示す。
- 衛星構造は CLA で求められた荷重に耐えられる強度を有していた。

この破壊について、あり得る原因をその推定理由とともに記述しなさい。

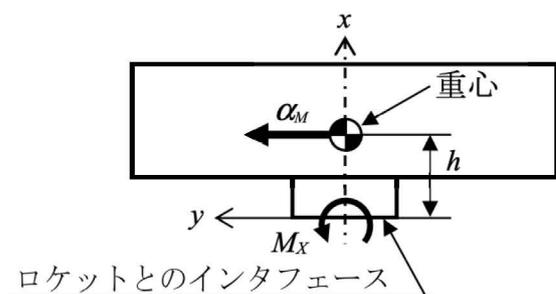


図 2

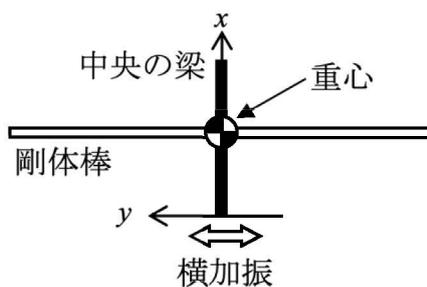


図 3

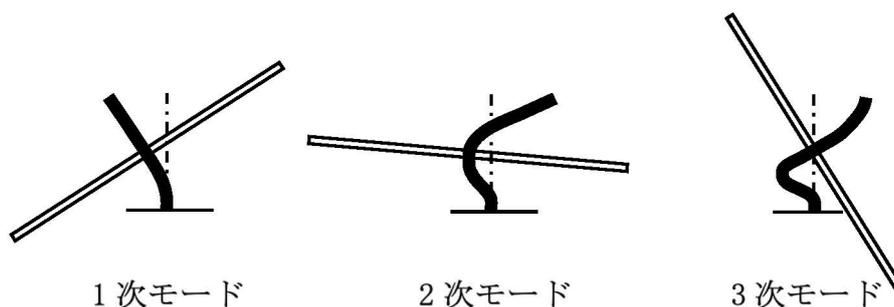


図 4

# 航空宇宙システム学 (午後)

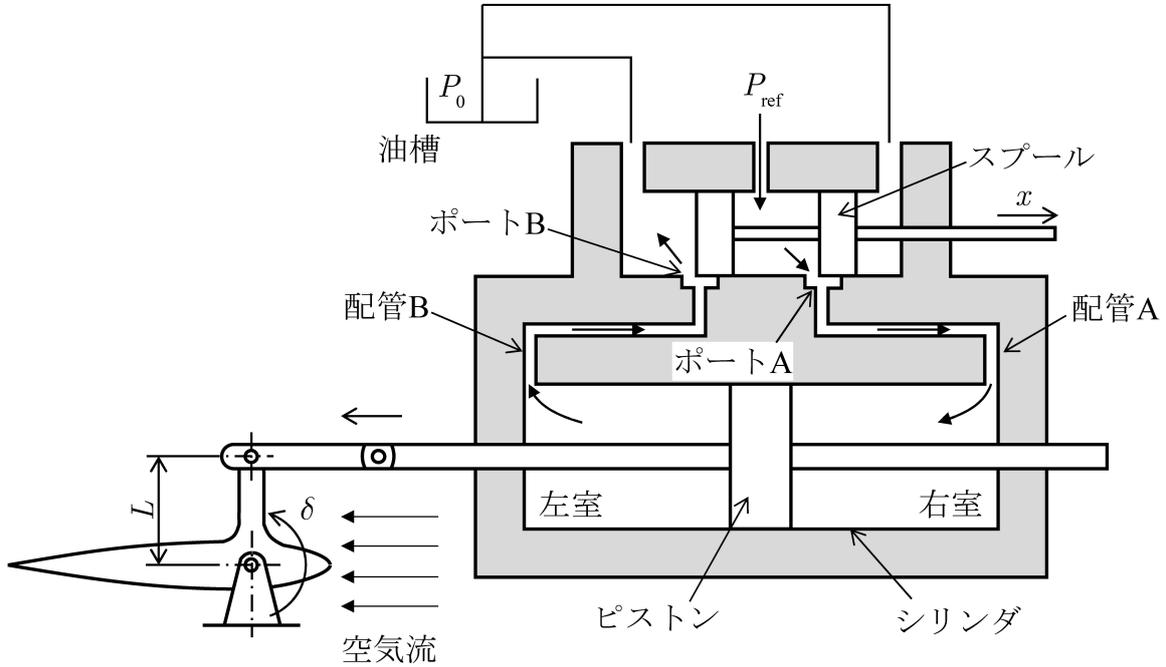


図 1

図 1 は動翼と油圧サーボモータのモデルを示している。はじめ、ポート A, B はスプールによって閉じられ、動翼は静止している。スプールを右方に  $x$  変位させるとポート A, B が開口し、圧力  $P_{ref}$  の油が配管 A を通ってシリンダの右室に流入し、ピストンは左方に動く。シリンダの左室の油は配管 B を通り圧力  $P_0$  ( $< P_{ref}$ ) の油槽に排出される。ピストンが動くとき長さ  $L$  のアームを介して動翼の角度が  $\delta$  増加する。ある配管を通る油の単位時間当たりの流量  $q$  は、配管出入口の圧力差  $\Delta P$ 、ポートの開口面積  $S$ 、油の密度  $\rho$ 、流量係数  $C_d$  によって、

$$q = C_d S \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$$

と表されるとする。加えて、油の圧縮率  $\beta$  は

$$\beta = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$$

として圧力  $P$ 、体積  $V$  から定義される。スプールの変位  $x$  から動翼の角度  $\delta$  への伝達関数を、必要であれば適当なパラメータを定義して求めよ。

## 推進工学（午後）

図 1 は二酸化炭素の温度-比エントロピ(T-s)線図および比エンタルピ-比エントロピ(h-s)線図である。この二酸化炭素を用いて、等エントロピ圧縮 – 等圧加熱 – 等エントロピ膨張 – 等圧冷却で構成される熱サイクルを考える。サイクルの最低温度,最低圧力を $(T_1, P_1)$ , 最高温度,最高圧力を $(T_3, P_3)$ として以下の問いに答えよ。必要であれば、熱力学の関係式

$$du = Tds - Pdv$$

$$dh = Tds + vdP$$

$$df = -sdT - Pdv$$

$$dg = -sdT + vdP$$

を用いて良い。ただし、 $u, h, f, g$ はそれぞれ比内部エネルギー、比エンタルピ、比ヘルムホルツ自由エネルギーと比ギブス自由エネルギー、 $s, T, v, P$ は比エントロピ、温度、比体積と圧力をそれぞれ示す。

### 第 1 問

1. 作動流体が理想気体の場合についてサイクルの T-s 線図を描き、加熱熱量、冷却熱量および仕事量を図示せよ。
2. サイクルの熱効率が、サイクル圧力比  $r = P_3/P_1$  のみの関数になることを示せ。

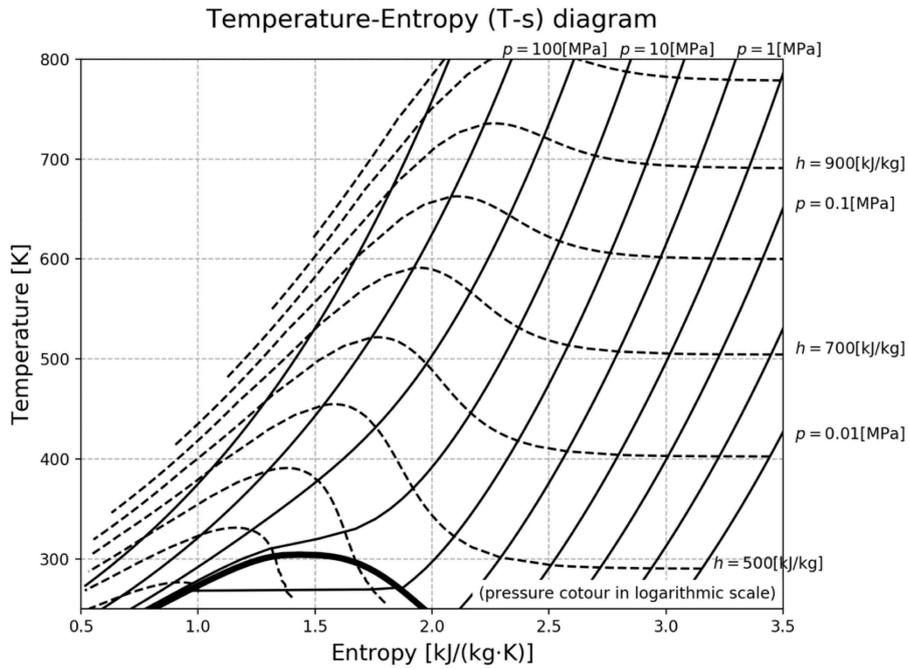
### 第 2 問

1. T-s 線図における等圧線の勾配  $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_P$  が定圧比熱を  $C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P$  として  $\frac{T}{C_p}$  になることを示せ。
2. マックスウェル関係式  $\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v, \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$  を導出せよ。
3. 二酸化炭素の圧力 $P$ , 比体積 $v$ , 温度 $T$ の関係をファン・デル・ワールズ型の状態方程式  $\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$  で近似する。臨界点(臨界圧力 $P_c = \frac{a}{27b^2}$ , 臨界温度 $T_c = \frac{8a}{27Rb}$ )近傍で、T-s 線図上での等圧線の勾配が小さくなることを示せ。但し $R$ は気体定数、 $a, b$ は定数であり、定積比熱  $C_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$  は定数であるとして良い。

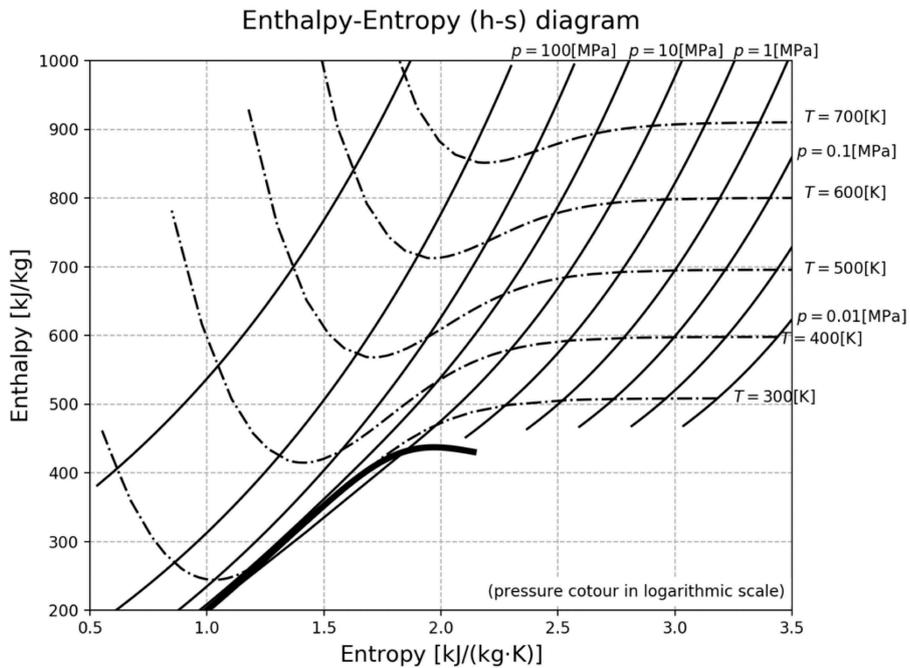
### 第 3 問

$(T_1, P_1)$ や $(T_3, P_3)$ のとりかたによってサイクルの特性は変化する。代表的なケースについて T-s 線図を描き、サイクルの特性を比較せよ

(次ページへ続く)



(a) 温度-比エントロピ(T-s)線図  
 (細実線:等圧線, 破線:等エンタルピ線, 太実線:飽和線)



(b) 比エンタルピ-比エントロピ(h-s)線図  
 (細実線:等圧線, 一点鎖線:等温線, 太実線:飽和線)

図 1: 二酸化炭素の状態線図