2021 年度

東京大学大学院工学系研究科

航空宇宙工学専攻　入学試験問題

専門科目　（午前）

時間：　２時間

注意事項

１．試験開始の合図まで，ページをスクロールしないこと．
２．修士課程受験者は４科目中２科目，博士後期課程受験者は４科目中１科目を選択して解答すること．
３．選択一問につき解答用紙４枚と下書用紙２枚を用いること．下書用紙は採点の対象にはならない．
４．すべての解答用紙と下書用紙に受験番号を記入すること．また解答用紙一枚目には選択した科目を記入すること．
５．この問題 PDF ファイルは試験後に PC から完全に消去すること．

流体力学（午前）

衛星の開発において推進系の漏洩は致命的な事故やミッションの喪失につながる重要な問題である。一般に推進系の漏洩チェックにはヘリウムが用いられている。
クリーンルーム内で衛星推進系のタンクに高圧のヘリウムを充てんして漏洩チェックをおこなっている。以下の問いに答えよ。解答に必要な記号は各自設定してよい。

第 1 問　タンクにピンホールがあり，そこからヘリウムが流出していると仮定する。ピンホールの直径は平均自由行程と比べて大きいとする。

1. ピンホールから流出するヘリウムの質量流量を，タンク内のヘリウム圧力・温度，ピンホール断面積等で表せ。ヘリウムは熱力学的に平衡状態にあると仮定してよい。
2. タンクの圧力が初期圧力から半分になる時間を求めよ。

第 2 問　ピンホールの径が平均自由行程と比べて小さい場合を考える。タンク内のヘリウムが熱力学的に平衡状態にあるとき，ヘリウム分子の速度分布関数は以下の式で与えられる。

$$f(u,v,w) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left\{-\frac{m}{2kT}(u^2+v^2+w^2)\right\}$$

但し，m は分子の質量，k はボルツマン定数，T は温度，u，v，w は直交座標系における分子の速度ベクトルの成分である。以下の小問 1.，2.，3. では簡単のために(i)タンクは真空中に置かれている，(ii)タンクの壁の厚みは無視できる，(iii)ピンホールの径はヘリウム分子の径よりは十分に大きい，と仮定してよい。

1. 分子の速さ（$U=\sqrt{u^2+v^2+w^2}$）の平均値を求めよ。
2. 分子の数密度を n とするとき，ピンホールから単位面積，単位時間あたりに出てくる分子の数を分子の平均速さの関数として示せ。
3. ピンホールから出てくるヘリウムの質量流量を圧力，温度を用いて表せ。

第 3 問　衛星推進系において漏洩を完全にゼロにはできない。いくらかの漏洩は許容せざるを得ない。衛星推進系において許容される漏洩流量はどのように決めればよいか定性的に述べよ。また漏洩流量が許容範囲内にあることを保証するにはフライトハードウェアに対してどのような試験を行えばよいか定性的に述べよ。

固体力学（午前）

図 1 に示すような，分布力 $q(x)$, および自由端にせん断力$\bar{Q}$と曲げモーメント$\bar{M}$を受ける，長さ l の片持ちはりの曲げに関するつり合い方程式と力学的境界条件式を，仮想仕事の原理から導け。微小変形の仮定と Bernoulli-Euler の仮説が成り立つとする。せん断力 Q と曲げモーメント M は図 2 の向きを正とする。

解答では，仮想仕事の原理において，z 軸方向の仮想変位δw のみを考え，内力σ_xによる仮想仕事と外力$\bar{Q}$，$\bar{M}$ および $q(x)$による仮想仕事が等しいことから導出を始めよ。必ず導出の途中の過程を示すこと。最終結果の式の記述だけでは採点の対象にはならない。

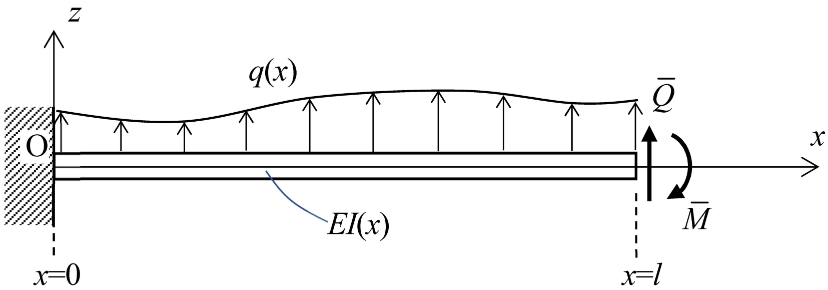

図 1

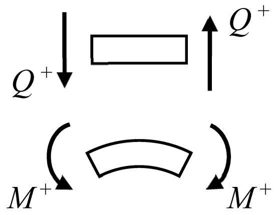

図 2

航空宇宙システム学（午前）

太陽を中心とする半径Rの円軌道を周回している小惑星に探査機を送ることになった。以下の問いに答えよ。万有引力係数をGとする。探査機の小惑星公転軌道面外の運動，および，小惑星による引力は，無視できると仮定して良い。

第 1 問　最初に，小惑星を一定距離で観測するため，ある期間，図 1 のように小惑星重心から太陽側に向かって一定距離 b 離れた場所に探査機を位置させる。この場合，探査機に対してどの向きにどれだけの推力を作用させればよいか答えよ。ただし，小惑星の公転の角速度をω，探査機の質量をmで表す。

以下では，小惑星の重心を原点とし，太陽と反対の向きにy軸，小惑星の公転の進行方向にx軸を取る回転座標系を用いて，小惑星近傍の$x-y$平面での探査機の相対運動を次の式によって近似する。f_x，f_y はそれぞれx軸，y軸に平行な推力とする。

$$m\ddot{x} + 2m\omega\dot{y} = f_x$$
$$m\ddot{y} - 2m\omega\dot{x} - 3m\omega^2 y = f_y$$

第 2 問 bがRに比べて十分に小さいとき，上記の相対運動の方程式を用いて前問を解き直し，結果を比較せよ。

第 3 問　探査機をy軸に沿って小惑星に向かって降下させる。開始時刻$t=0$において探査機の小惑星重心への距離はb，相対速度は0であるとする。$0 \leq t \leq T$の期間，一定加速度a (>0)で降下するために必要な推力f_x，f_y を時刻tの関数として求めよ。

第 4 問　推力を与えない場合（$f_x = f_y = 0$）を考える。このときの相対運動の方程式の特性根を求めよ。また，各特性根に対応する相対運動を簡潔に説明せよ。

次に，降下時における探査機の高度推定問題を考える。時刻$t=0$に探査機がy軸に沿って降下を開始し，時刻$t=T$に降下を終了する。各離散時刻$t=0,1,\cdots,T$ における探査機の高度をh_t，時刻$t-1$からtまでの降下量をd_t で表すと，次式が成り立つ。

$$h_t = h_{t-1} - d_t \qquad (t = 1,2,\cdots,T)$$

慣性センサより得られる観測値に基づいて推定される降下量 δ_t は，真の降下量d_tに平均

（次ページへ続く）

0，分散 σ_{I}^2 の誤差ε_tが加わったものであるとする。すなわち，

$$\delta_t = d_t + \varepsilon_t \qquad (t = 1,2,\cdots,T)$$

である。また，レーザーレンジセンサによって各時刻に得られる高度計測値l_t は，真の高度h_tに平均 0，分散σ_{L}^2 の計測誤差 e_t が加わったものである。すなわち，

$$l_t = h_t + e_t \qquad (t = 0,1,\cdots,T)$$

である。なお，異なるセンサ間，異なる時刻間の計測誤差は無相関であり，また，小惑星は球体形状をしており半径が既知であると仮定して良い。

第 5 問 各時刻の高度推定量 $\hat{h}_t$ を次式により逐次的に更新するとする。

$$\hat{h}_t = (1 - k_t) \cdot \left(\hat{h}_{t-1} - \delta_t\right) + k_t \cdot l_t \qquad (t = 1,2,\cdots,T)$$

ただし，$\hat{h}_0 = l_0$ ，$0 \leq k_t \leq 1$とする。この推定方法の考え方を 100 文字以内で定性的に説明せよ。

第 6 問 前問において，時刻tにおける高度推定の誤差分散を σ_t^2 で表すとする。σ_t^2が最小となるときのk_tを，σ_{t-1}^2 ，σ_{I}^2 ，σ_{L}^2を用いて表せ。また，このような最適なk_tを与え続けた場合，十分に時間が経過したときに誤差分散がどのような値に収束するか求めよ。

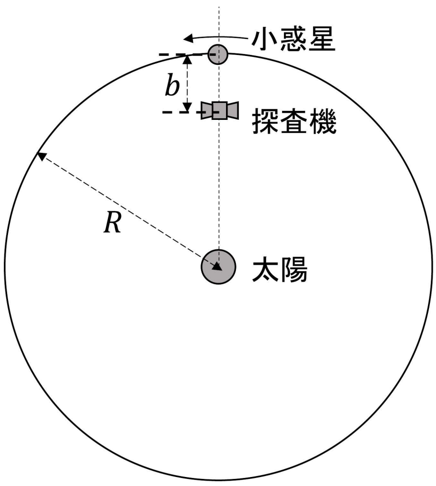

図 1

推進工学（午前）

図１のような，二つの回転円筒 A と B に乗った剛な板（質量M），粘性減衰（粘性減衰係数c），正弦変動外力$f_0 \sin \omega t$からなる振動系を考える。円筒は水平方向に$2L$離れて配置され，それらの軸心は空間に固定されている。図のように円筒 A は時計回りに円筒 B は反時計回りに回転しており，その回転速度は板との相対速度の向きが変わらない程度に十分速いものとする。円筒と板の２接点では，それぞれの垂直力F_AとF_Bに応じてクーロン摩擦力（滑り摩擦係数μ）が働いている。板の重心の水平変位をx，重力加速度をgとする。板は十分に長いものと仮定し，常に板の重心位置が両円筒との接点の間に位置するという条件下で，以下の設問に答えよ。

第１問 $f_0 = 0$かつ$c = 0$の場合を考える。

1. 板の自由振動を表す方程式を導け。
2. この場合の固有角振動数ω_nを求めよ。

第２問 $f_0 \neq 0$かつ$c = 0$の場合を考える。板は初期（$t = 0$）において$x = 0$で静止しているものとする。

1. $\omega \neq \omega_n$の場合の板の応答$x(t)$を求めよ。
2. $\omega = \omega_n$の場合に，$t \gg \frac{1}{\omega_n}$でもまだ板の重心は二つの回転円筒の間にあったとする。このときの振幅 A の増幅率 $\frac{dA}{dt}$ を求めよ。

第３問 $f_0 \neq 0$かつ$c \neq 0$の場合を考える。十分に時間が経過すると，板の応答の振幅は一定値A_∞になる。ωを変えてA_∞を計測すると，A_∞の値は$\omega < \omega_r$のときωと共に増加し，$\omega > \omega_r$のときωと共に減少し，$\omega = \omega_r$のとき極大値をとることが分かった。このいずれのωでも板の重心が二つの回転円筒の間にあった。A_∞が極大となる外力の角振動数ω_rを求めよ。また，この現象が生じるLとf_0に対する条件をそれぞれ記述せよ。

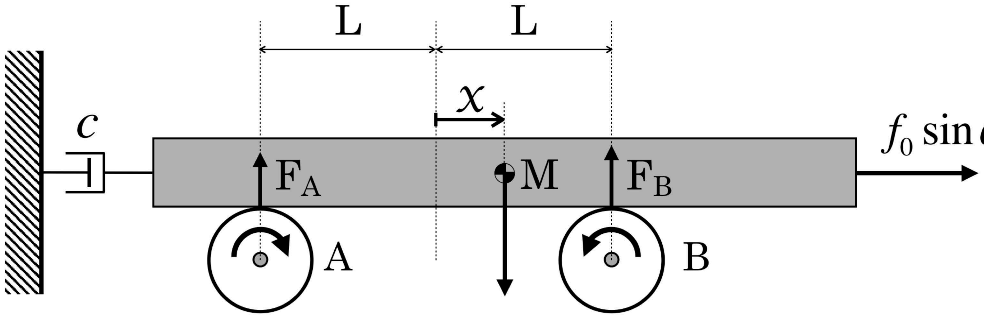

図１