

受験番号	
------	--

(受験番号を記入すること)

2020年度

東京大学大学院工学系研究科

航空宇宙工学専攻 入学試験問題

専門科目 (午前)

時間： 9:00～12:00

注意事項

1. 試験開始の合図まで、この冊子を開かないこと。
2. 4科目中3科目を選択して解答すること。
3. 解答用紙3枚が渡されるので、1科目ごとに1枚の解答用紙を使用すること。
4. 解答用紙には、科目名及び受験番号を記入すること。
5. 解答用紙及び問題冊子は持ち帰らないこと。



流体力学（午前）

図1に示すように、偏角 θ の凸型角部Bを過ぎる定常二次元非粘性超音速等エントロピー流れを考える。温度を T 、マッハ数を M とする。角部の上流の流れは壁面ABに平行であり、そのマッハ数、温度はそれぞれ M_1, T_1 で与えられる。ここで、比熱比 γ が1.4の熱量的完全ガスを仮定する。角部Bを通過し壁面BCに平行になった一様流のマッハ数、温度はそれぞれ M_2, T_2 となる。このとき、以下の関係が成り立つ。

$$\theta = v(M_2) - v(M_1) \quad (1)$$

$$v(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1} (M^2 - 1)} - \tan^{-1} \sqrt{M^2 - 1} \quad (2)$$

$v(M)$ とマッハ数との関係を表1に示す。以下の問いに答えよ。

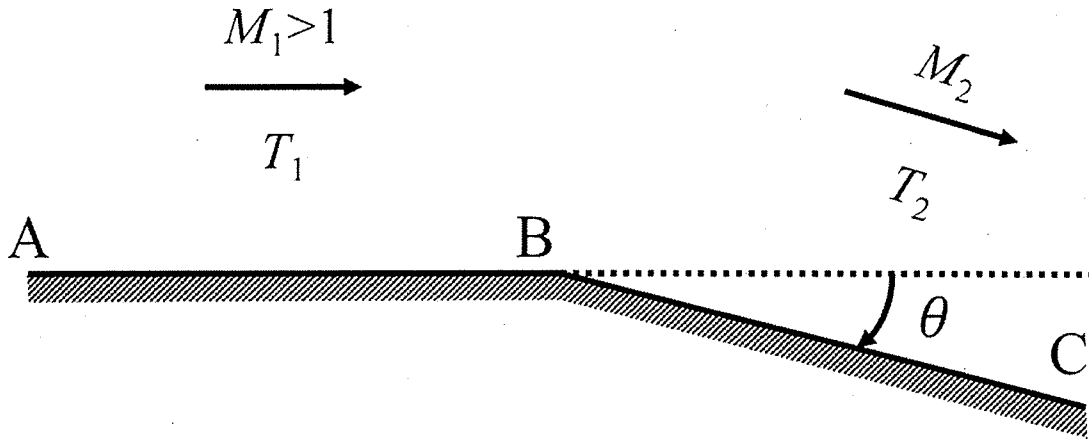


図1

表1

M	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	2.00	2.10	2.20	2.30	2.40	2.50
$v(M)$	0.21	0.26	0.31	0.36	0.41	0.46	0.51	0.55	0.60	0.64	0.68

（次ページへ続く）

第1問

関数 $\nu(M)$ の名称を書け。

第2問

この流れ場を代表するマッハ線を図に示せ。マッハ線の角度 μ についても図中に記述せよ。

第3問

よどみ点温度を T_0 とする。 T/T_0 を M と γ で表せ。

第4問

$M_1=1.5$, 偏角が 22.4° のときの角部下流のマッハ数 M_2 を表1を使って求めよ。算出過程も記載すること。

第5問

$M_1=1.5$, $T_1=300(\text{K})$, 偏角が 22.4° であるとき, 角部下流での温度 T_2 を求めよ。算出過程も記載すること。

第6問

$M_1=1.0$ のときの最大偏角を求めよ。算出過程も記載すること。ここで

$$\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} = 2.45 \quad (3)$$

であるとする。

固体力学 (午前)

図1に、板厚 h 、幅 b 、ヤング率 E の一樣な板Aと板Bを接着した単純重ね合わせ接手を示す。接着層の長さ、厚さ、せん断弾性係数はそれぞれ 2ℓ 、 t 、 G である。図のように x 軸に平行に荷重 P を与えたときに、接着層に生じるせん断応力を以下の仮定に基づいて近似的に求める。

- 図1に示すように、板A、Bの x 軸に垂直な断面はそれぞれ一樣に x 方向に変位する。この変位をそれぞれ u_A 、 u_B とする。
- 接着層には xy 面内のせん断応力 τ のみが生じる。
- 接着層の x 軸に垂直な断面は変形後も平面を保つ。
- 荷重 P の間のオフセット e による曲げモーメントは考慮しない。
- xy 面に垂直なひずみと応力は考慮しない。

板A、Bの x 軸に垂直な断面における x 方向の一樣な垂直応力と断面積 bh の積で定義される荷重をそれぞれ S_A 、 S_B とする。以下の問に答えよ。

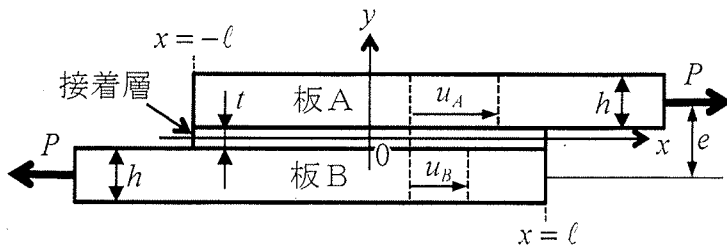


図 1

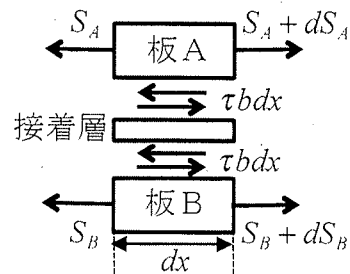


図 2

第1問 以下は τ を求める解析過程を示している。各四角の枠内を当てはまる式で埋めよ。答案用紙には、四角の枠内の番号とその式を記入せよ。

Hooke の法則より、 S_A と u_A 、 S_B と u_B の関係は、

$$S_A = \boxed{\text{①}} \quad (1a), \quad S_B = \boxed{\text{②}} \quad (1b)$$

と表される。図2に示す長さ dx の微小要素の力の釣り合いから、 S_A と τ 、 S_B と τ の関係は、以下のように表される。

$$dS_A/dx = \boxed{\text{③}} \quad (2a), \quad dS_B/dx = \boxed{\text{④}} \quad (2b)$$

(2a)、(2b)式の和から導かれる式と境界条件より、

$$S_A + S_B = \boxed{\text{⑤}} \quad (3)$$

(次ページへ続く)

が求められる。せん断応力 τ は u_A , u_B , t を用いて表されたせん断ひずみより

$$\tau = \boxed{\text{⑥}} \quad (4)$$

と表される。ここで、無次元化座標 $\xi = x/l$ を導入して、(4)式を ξ で微分し、(1a)~(3)式を用いると S_A に関する微分方程式が以下のように得られる。

$$\frac{d^2 S_A}{d\xi^2} - \lambda^2 S_A = \boxed{\text{⑦}} \quad (5)$$

ここで、

$$\lambda^2 = \boxed{\text{⑧}} \quad (6)$$

である。(5)式の一般解は以下のように与えられる。

$$S_A = C_1 \sinh(\lambda\xi) + C_2 \cosh(\lambda\xi) + \boxed{\text{⑨}} \quad (7)$$

よって、境界条件より係数 C_1 , C_2 を決めると、 S_A は λ を用いて、

$$S_A = \boxed{\text{⑩}} \quad (8)$$

と導かれる。したがって、接着層のせん断応力 τ は λ を用いて、

$$\tau = \boxed{\text{⑪}} \quad (9)$$

と求められる。

以下の第2問、第3問については、接着層に生じる最大せん断応力が許容せん断応力 τ_c 以上になると接着層が破壊するという仮定の下に答えよ。破壊時の荷重 P を許容荷重 P_c とする。

第2問 JIS（日本工業規格）では、図1のような単純重ね合わせ接手の試験片の寸法が規定されている。しかし、JISは試験片の許容荷重 P_c を接着面積で割った平均せん断応力を構造設計に用いることを推奨していない。その理由を、第1問の解析結果を利用して答えよ。

第3問 第1問の解析結果に基づくと、接着層の長さ $2l$ を大きくしても、この単純重ね合わせ接手の許容荷重 P_c はある荷重 P_m 以上には大きくなる。その理由を答えるとともに、荷重 P_m を求めよ。

航空宇宙システム学 (午前)

図 1 のように、台車の上に倒立振子を取り付けられている。質量 M の台車に対して水平方向に作用させる力を u ，台車の水平方向の変位を ξ とする。また、倒立振子は、質量を無視できる長さ l の棒、質量 m の質点とみなすことができるおもり、および台車の上面に取り付けられた支点によって構成されている。直立している状態からの倒立振子の振れ角を図 1 のように θ とする。床面や支点の摩擦力は無視できるとする。重力加速度を g とする。変数の上に付けたドットはその変数の時間微分を表す。また、上付き文字 T はベクトルの転置を表す。

第1問

この系の運動方程式を θ と ξ に関する連立常微分方程式として記述せよ。

以下では、 $|\theta|$ および $|\dot{\theta}|$ が十分に小さく、 $\sin \theta \approx \theta$ ， $\cos \theta \approx 1$ ， $\theta^2 \approx 0$ とみなすことができる状況を考える。

第2問

状態ベクトルを $\mathbf{x} = [\xi \quad \dot{\xi} \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T$ ，出力を $y = \theta$ とする。前問で求めた運動方程式を $\theta = 0$ のまわりで線形化することによって、線形状態空間モデルの状態方程式 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$ および 出力方程式 $y = \mathbf{c}\mathbf{x}$ が得られる。このときの行列 \mathbf{A} および ベクトル \mathbf{b} ， \mathbf{c} を表せ。

第3問

前問で求めた線形状態空間モデルについて、可制御性と可観測性を判定せよ。

以下では、モデルを単純化するために、台車の変位 ξ を考えず、 θ と u の関係だけを考える。つまり、状態ベクトルを、 $\mathbf{x} = [\theta \quad \dot{\theta}]^T$ と定義し直す。また、 $m \ll M$ と仮定する。

第4問

入力を u ，出力を $y = \theta$ とする。開ループの伝達関数 $G(s)$ およびその極を求めよ。 s は複素数を表す。

第5問

この系に状態フィードバック $u = -[f_1 \quad f_2]\mathbf{x} = -f_1\theta - f_2\dot{\theta}$ を適用するとき、閉ループの伝達関数 $W(s)$ を求め、それが安定となるような f_1 ， f_2 についての条件を求めよ。

(次ページへ続く)

第6問

実際には、 θ を直接観測することができず、オブザーバ(状態観測器)を用いることにする。

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + bu + h(y - \hat{y})$$

$$\hat{y} = c\hat{x}$$

ここで、 \hat{x} と \hat{y} は、オブザーバの状態ベクトルおよび出力であり、 $h = [h_1 \ h_2]^T$ はオブザーバゲインである。

実際の状態ベクトル x とオブザーバによって推定される状態ベクトル \hat{x} との誤差 $e = x - \hat{x}$ が 0 に収束するための h_1, h_2 に関する条件を求めよ。

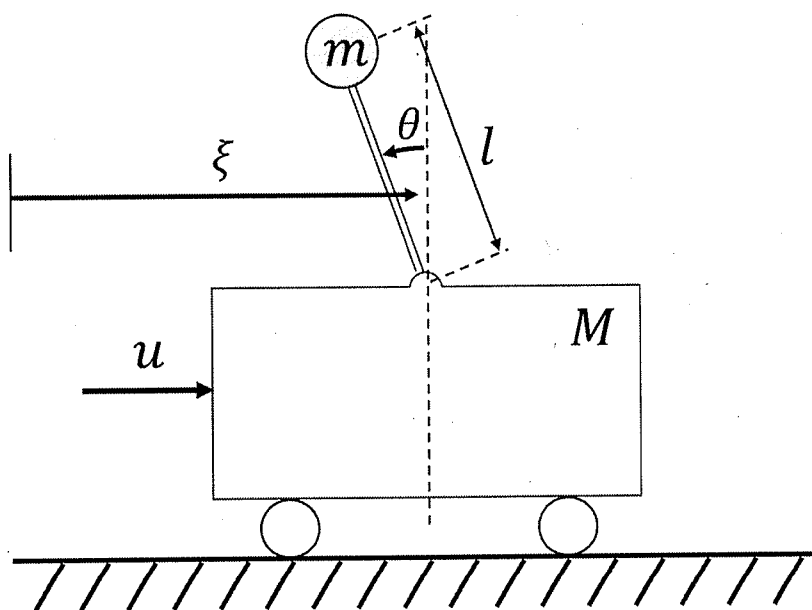


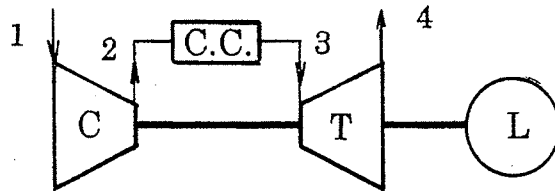
図1

推進工学（午前）

第1問 ガスタービンサイクルで、膨張過程の途中の作動流体に燃料を供給し、再加熱すると、出力を増加させることができる。このようなサイクルを再熱サイクルと呼ぶ。

図1に示すような理想ガスタービンサイクルを考える。圧縮機入口を1、燃焼器入口を2、タービン入口を3、タービンで膨張した排気を4と番号付けする。作動流体が3から4まで膨張する途中の4'という状態で再熱を行い、温度を上昇させた状態を5、そこから完全に膨張した状態を6とする。ここでは5の温度と3の温度が等しい理想的な場合を考える。

1. このサイクルの温度-エントロピー線図 (T - S 線図) の概形を描け。
2. もとの理想サイクルの仕事と再熱サイクルの仕事を求めよ。ただし、1から6の各状態における作動流体の温度を T_1 から T_6 で表示し、定圧比熱を C_p とする。また、再熱による仕事の増加分を求め、この増加分を前問で描いた T - S 線図上に示せ。



C: 圧縮機, C.C.: 燃焼器, T: タービン, L: 負荷

図1

第2問 ジェットエンジンの推力を増加させる要素にアフターバーナーがある。図2のようにタービンの後ろに置かれ、再度燃料を供給して推力を増強するもので、再熱サイクルの一形態である。このアフターバーナー付きジェットエンジンの性能を求めよ。このエンジンを搭載した航空機がマッハ数 M で高空を飛行しており、飛行高度での大気圧を p_0 、大気温度を T_0 とする。また音速を a とする。

図2に示すようにエンジン入口から出口までの各部位に0から8の番号をつける。燃焼器とアフターバーナーの燃焼効率を η_b 、燃料の発熱量を H 、回転系の機械効率を η_m とする。簡単のため作動流体の定圧比熱と比熱比は低温部と高温部それぞれで一定とし、空気取入口と圧縮機では定圧比熱を C_{pC} 、比熱比を γ_C 、燃焼器、タービン、アフターバーナー、およびノズルでは定圧比熱を C_{pT} 、比熱比を γ_T とする。

1. エンジン入口における全温 T_{10} 、全圧 P_{10} を M 、 p_0 、 T_0 、 γ_C で表せ。

(次ページへ続く)

2. 圧縮機出口の空気に燃焼によるエネルギーが加わって燃焼器出口の作動流体の状態となる。この間のエネルギーバランスを考察することにより、燃空比（燃料流量の空気流量に対する比） f を求めよ。解答は圧縮機出口全温 T_2 、タービン入口全温 T_3 、 C_{pC} 、 C_{pT} 、 H 、および η_b で表示すること。
3. 圧縮機とタービンのパワーバランス式を書け。解答は圧縮機入口全温 T_1 、圧縮機出口全温 T_2 、タービン入口全温 T_3 、タービン出口全温 T_4 、 f 、 C_{pC} 、 C_{pT} 、および η_m を用いて表示せよ。
4. アフターバーナーの燃空比 f_{AB} を f 、 T_4 、ノズル入口全温 T_6 、 C_{pT} 、 H および η_b から求める式を導け。
5. (1) 比推力、(2) SFC、(3) 熱効率 をジェット排気速度 V_j 、 f 、 f_{AB} 、 M 、 a 、および H で表す式を書け。

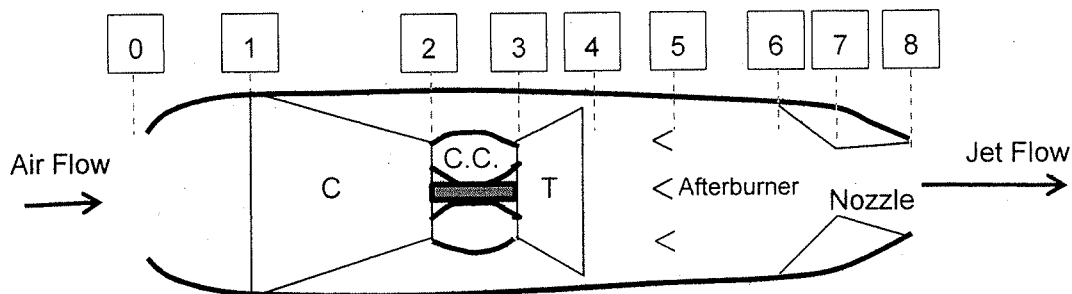


図 2

