受験番号	

（受験番号を記入すること）

平成３１年度

東京大学大学院工学系研究科

航空宇宙工学専攻　入学試験問題

専門科目　（午後）

時間：　１３:３０～１６:３０

注意事項

1．試験開始の合図まで，この冊子を開かないこと．
2．４科目中３科目を選択して解答すること．
3．解答用紙３枚が渡されるので，１科目ごとに１枚の解答用紙を使用すること．
4．解答用紙には，科目名及び受験番号を記入すること．
5．解答用紙及び問題冊子は持ち帰らないこと．

流体力学（午後）

xyz空間において，以下の速度ポテンシャルφで表される非圧縮流れを考える。

$$\varphi(x,y,z)=Ux-\frac{m}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

ただし，U,mは正の定数とする。

第１問
この速度ポテンシャル φ は，ラプラス方程式 $\Delta\varphi=0$ を満たすことを示せ。

第２問
原点から湧き出す単位時間あたりの流量を求めよ。

第３問
原点で湧き出した流れは，$x\to\infty$ の下流では x 軸を中心軸とする半径 R の円柱内に留まった軸対称流れになると考えられる。この半径 R を求めよ。

第４問
流れのよどみ点は，$a>0$として$(-a,0,0)$ の位置にできる。a を求めよ。

第５問
この速度ポテンシャル φ で表される流れ場の様子を図示せよ。

第６問
よどみ点近傍での流線は，第４問の a を用いて近似的に

$$\frac{dx}{-2(x+a)}=\frac{dy}{y}=\frac{dz}{z}$$

という関係式を満たすことを示せ。

固体力学（午後）

第１問

図１に示すような，同一のヤング率と断面積を有する３本の部材 AB，AC，AD から成るトラス構造を考える。ヤング率を E，断面積を A とする。

1. 節点 A に右向きの強制変位 u と下向きの強制変位 v を同時に与えた場合の各部材の伸びを，u と v を用いて表せ。
2. 節点 A を拘束のない状態として，部材 AB のみに一様な温度変化 ΔT を与える。熱の移動が無視できる場合, 節点 A の右向きおよび下向きの変位を求めよ。また，各部材に生ずる軸力を求めよ。線膨張係数を α とする。

第２問

図２に示すように，幅 b，高さ h の矩形断面を有する一様な梁が，引張りに対しては E，圧縮に対しては $E/2$ のヤング率を有する材料から作られているとする。この梁が，上縁側で引張り，下縁側で圧縮の曲げ応力を受けるような曲げモーメント M を受けるとする。

1. この梁の断面における中立軸の下縁からの距離 η を求めよ。
2. この梁が中立軸の位置において曲率半径 ρ で曲がるとき，$M = \overline{EI}/\rho$ で定義される等価曲げ剛性 $\overline{EI}$ を求めよ。
3. この梁の断面に作用する最大引張応力と最大圧縮応力の比を求めよ。

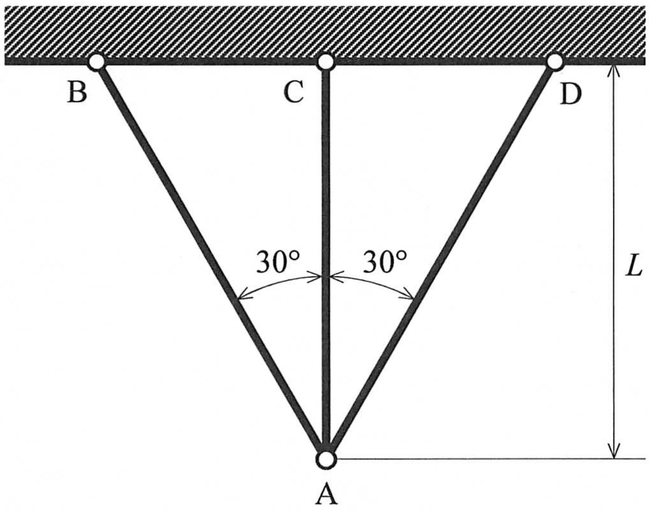

図１

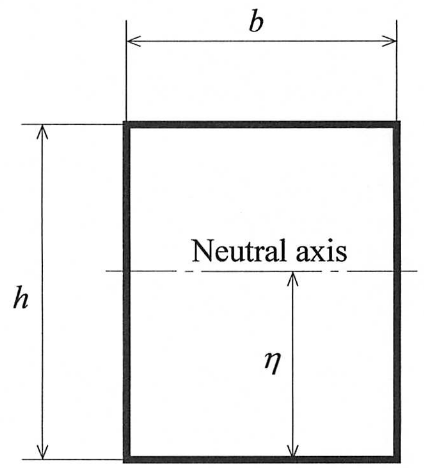

図２

航空宇宙システム学（午後）

図１のように，質量mの航空機が，一定高度，水平位置(x, y)，一定速さV，ヨー角ψ，ロール角ϕで飛行している。ここで，正のロール角は右旋回に相当し，重力加速度をgとする。

第１問　位置yの時間微分が満たす微分方程式とヨー角ψの時間微分が満たす微分方程式を求めよ。

第２問　図２は位置yとその目標値rの間のフィードバック制御系のブロック線図を示している。ψ，ϕを微小量とし，$\psi = 0$，$\phi = 0$周りで前問の微分方程式を線形化し，$\boxed{\text{(a)}}$に入る伝達関数を示せ。ここで，$R(s)$，$\Phi(s)$，$Y(s)$はそれぞれ，目標値r，ロール角ϕ，位置yのラプラス変換で，$K(>0)$は比例ゲインである。

第３問　位置$y = 0$とヨー角$\psi = 0$で，単位ステップ関数を目標値rに入力したところ，位置yは前問の制御系に従って応答した。その時間応答を求め，図示せよ。

第４問　第２問の制御系の目標値rが$r_0 \sin kx$（kは正のパラメータ，r_0は微小な定数）に従って変化したところ，位置yが発散した。このときのパラメータkの値を求めよ。

第５問　第２問の制御系にヨー角ψによるフィードバック制御器を追加する。すなわち，$K_1(>0)$，$K_2(>0)$を比例ゲインとしてフィードバック則を$\phi = K_1(r-y) - K_2\psi$とする。$R(s)$から$Y(s)$への閉ループ系全体のブロック線図を示せ。

第６問　前問の制御系は安定であることを証明せよ。

第７問　第５問の制御系において，$R(s)$から$Y(s)$への閉ループ系のすべての極が-1になるゲインK_1，K_2を求めよ。

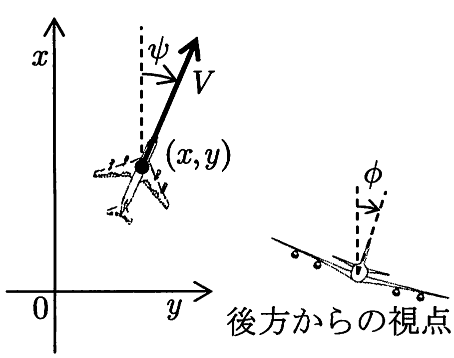

図１

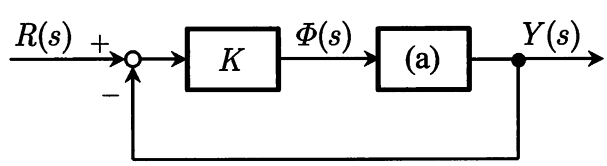

図２

推進工学（午後）

第 1 問　有限の総熱量を持つ高温熱源と低温熱源の間で作動する熱機関を考える。熱機関の作動中に高温熱源温度はT_{H0}からT_Hへ低下し，低温熱源温度はT_{C0}からT_Cへ上昇した。熱源における熱の授受は定圧で行われ，両熱源の定圧比熱はc_pで温度によらず一定とする。また，熱源および熱機関の作動流体は 1 kg の理想気体である。

1. 熱機関から得られる仕事を，T_{H0}，T_{C0}，T_H，T_Cおよびc_pで表せ。
2. 作動中の高温熱源のエントロピー変化を求めよ。
3. 熱機関から得られる仕事が最大となるのは，熱機関と熱源との熱交換が可逆的に行われる場合である。この時の仕事をT_{H0}，T_{C0}，T_Hおよびc_pで表せ。

第 2 問　式(1)に示されるファン・デル・ワールスの状態方程式に従う 1 kg の気体がある。圧力p，比体積v，温度Tは気体が液化しない範囲にあるものとし，比体積vはbと比べ十分大きいものとする。Rは気体定数であり，a，bは正の定数である。また，定圧比熱c_p，定容比熱c_vは温度によらず一定とする。

$$\left(p+\frac{a}{v^2}\right)(v-b)=RT \qquad (1)$$

なお，必要に応じて，以下の関係式を使用しなさい。ここで，uは比内部エネルギーである。

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p$$

1. 理想気体の状態方程式と比較して，式(1)の修正項a/v^2およびbの物理的意味を簡潔に述べよ。
2. 臨界点における圧力，比体積および温度を，a, b, Rを用いて表せ。
3. 可逆断熱変化における温度Tと比体積vの関係式を導出せよ。
4. この気体を作動流体とし，温度T_Hの高温熱源と温度T_Cの低温熱源の間で作動するカルノーサイクルの熱効率を求めよ。

（次ページへ続く）

第 3 問　理想気体 1 kg を作動流体とし，断熱圧縮（1→2），定圧加熱（2→3），断熱膨張（3→4），定圧冷却（4→1）の 4 つの可逆過程からなるサイクルがある。状態 1 および 2 における圧力をそれぞれ p_1 および p_2 とする。このサイクルの $T-s$ 線図は図 1 のように無限に小さい微小カルノーサイクルの足し合わせと近似できる。図 2 は図 1 中の 1 つの微小カルノーサイクルを拡大したカルノーサイクル（A→B→C→D→A）を示している。

1. すべての微小カルノーサイクルの熱効率が等しいことを示せ。
2. $p_2/p_1=\gamma$ とするとき，全体のサイクルの熱効率（1→2→3→4→1）を，γ，定圧比熱 c_p および気体定数 R を用いて表せ。

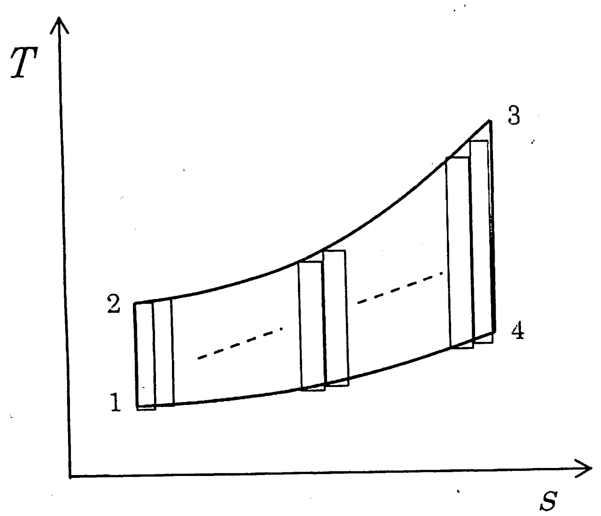

図 1

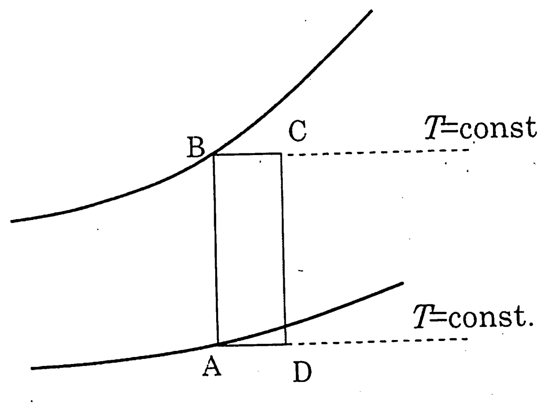

図 2